



























































































































































































































































































































































































































































































































































































































































































Furthermore, in the XX century history of the foundations of mathematics, the birth of intuitionism on one side, and Goedel's theorems on another one, suggested that an axiomatic theory cannot grasp the entire content of a mathematical theory, even plain Arithmetic. Hence, what failed was the common belief that the Aristotelian model of organization is unique. Yet, no mathematician recalled D'Alembert-Carnot's distinction between the two different ways to organize a theory. Rather, three theoretical physicists, i.e. Lorentz, Poincaré and Einstein, re-discovered by ingenuity an alternative organization of a physical theory (Flores 2004). However, each of them suggested a little number of characteristic features of the new model of organization.

Some years ago an alternative model of organizing a scientific theory was recognized. One of us has extracted the features of this model by comparing all the scientific theories that have been presented by their authors in a different way from the Aristotelian model. An ideal model of the alternative kind of organization was obtained (Drago 2012). Thus, a new dichotomy in the foundations of science has to be added to the previous one.

Moreover, it was discovered that this dichotomy corresponds to a dichotomy in the foundations of mathematical logic; indeed, while the Aristotelian organization is governed by classical logic, the alternative organization is governed by an alternative logic, the intuitionist one. This logic started by a Brouwer's paper in 1908 and around twenty years later was formalized. It progressively gained relevance, so much that since the 1960s it was considered on par with classical logic; hence, a pluralism of the kinds of logic was established. In the meantime, several more kinds of logic (modal, minimal, non-monotonic, paraconsistent, fuzzy, etc.) have been formalized. At present time no one logics of this variety can be excluded as irrelevant (Gabbey, Kanamori, Woods 2012).

In conclusion, also this choice on the kind of organization, or equivalently on the kind of logic, is unavoidable. Remarkably, already Lorentz stressed that one has to take "a choice" on the kind of organization (Lorentz 1900, p. 33). In addition, since this dichotomy pertains to the foundations of logic, a choice on this subject concerns whatsoever scientific theory.

## 7. Philosophical pluralism of scientific theories

As a general conclusion, in the foundations of science two formal dichotomies – concerning the infinity and the organization of a theory or, equivalently, logics – were born. *We have to conclude that science includes some choices, which are not only choices of philosophical nature, but also of formal nature, concerning the foundations of science.*<sup>5</sup>

Yet, some philosophical prejudices obstruct a full recognition of these choices. Although the distinction in the various radically divergent kinds of logic is recognized as unavoidable, however by denying any relationship between logic and the real world,

<sup>5</sup> Kuhn (1969) overlooked the possibility of a choice two times. He represented a paradigm shift through a unexplained *Gestalt* phenomenon. Subsequently he avoided representing the choice – performed in a first time by Einstein and then by the scientific community – for the discrete mathematics in theoretical physics.

all relevant implications of these choices are avoided. Actually this attitude is justified by only a Platonist attitude on the entire logic. Instead, as a fact, Computer Science has abandoned classical logic for applying several kinds of non-classical logic. In addition, it is well known that Quantum Mechanics rejects classical logic.

Since the mid of XX century the notion of potential infinity, which previously has been considered as a merely philosophical notion, has based a formally well-defined mathematics (Markov 1962, Bishop 1967). The consequent sharp divide in the foundations of mathematics led eventually the mathematicians to recognize two “schools” on the philosophy of the mathematics. However most mathematicians have assumed an “ecumenical attitude” (Meschkowski 1965, chapter 10, footnote 1). According to these mathematicians the dichotomy on the kind of mathematics is a mere difference between two abstract cases, as the dichotomies Truth/False or Good/Evil in the Olympus of the Ideas. Hence, they feel themselves free to work in each of the two kinds of mathematics, classical and constructive, as an extension of the variety of the numerous mathematical theories. This attitude is a typical Platonist one of who considers mathematics a purely formal construct.

However, the above dichotomies have been ignored by the philosophers of physics, because along centuries the theoretical physics was dominated by a paradigm, according to which a scientist has to follow technical rules only. It is remarkable that – as we saw in the sections 4 and 5 – a choice between different theoretical formulations emerged each time the scientists have discovered theories outside the Newtonian paradigm. A choice eventually decisively emerged when both mathematics and logics allowed innovations – i.e. inner dichotomies of formal nature – which were excluded by the Newtonian paradigm. Some years ago it was proved, through the formal constructive mathematics, that there exists a mathematical divide among the set of constructive formulations of a physical theory and the set of its non-constructive formulations (Drago 1986, Da Costa, Doria 1999).<sup>6</sup> Hence, in theoretical physics there exists a “dichotomy” about the kind of mathematics – as about the case of the light Einstein wrote in the 1905 paper on quanta.<sup>7</sup>

As a matter of fact, already at the birth of Newton’s paradigm a great mathematician, physicist and philosopher, Leibniz, recognized two labyrinths in our mind; the labyrinth of either potential or actual infinity; and the labyrinth of either freedom or law (Leibniz 1989). The latter labyrinth translates the dichotomy on the kind of organization in subjective terms. Indeed, the former alternative (“freedom”) allows a free search for discovering a new “empirical” method for solving the problem stated by the theory, while the latter alternative (“law”) obliges to obey a list of laws, as it occurs inside the development of an Aristotelian organization. In such a way one obtains exactly the two previous dichotomies. After three centuries Leibniz’ suggestion

---

<sup>6</sup> These results are presently exorcised by claiming the “indispensability” of classical mathematics in the applications to reality. Yet, both computer science and theoretical biology – born without calculus – make use of discrete mathematics for stating their basic results.

<sup>7</sup> Since a long time in philosophy of science there exists a debate on the unity of science. The neo-positivists claimed a total unity; owing to this belief they had planned an *Encyclopedia of the Unified Science* (which however was unsuccessful). Several philosophers have undermined this thesis (e.g. Agassi 1969). Yet, most of the latter ones ignore the different formulations of a scientific theory.

of the two labyrinths was vindicated by the historical development of mathematics and logics.

### 8. General considerations on the ethics of the two dichotomies of science

Leibniz correctly qualified them as labyrinths, because the reason alone cannot solve the problem of how to choose on them; hence, they are dichotomies on which a non-scientific motivation only can lead to decide.<sup>8</sup>

Notice that these choices first of all pertain to a single scientist, who is building an entire new theory; e.g. to Newton when he was building his mechanics' theory; to Einstein when he was building his special relativity. It is unavoidable to conclude that these choices, being free decisions taken by a scientist, have ethical meaning for the scientist himself. In some cases the alternative choice (expressed through the foundation of an alternative formulation) was suggested even a century later (e.g. L. Carnot's formulation which is alternative to previous Newton's formulation). Yet, this time lag does not influence the ethical nature of the opposite choices taken by both scientists. Hence, *theoretical physics includes as its constitutive part also ethical decisions taken by the single founders of theories*. In addition, owing to the antecedent decisions taken by the founders of mutually alternative formulations of a theory implies that at present whatsoever scientist choosing to work inside a specific formulation takes – although implicitly – the corresponding ethical choices.

Surely, a dilemma is a very elementary subject of an ethical system. Yet, if the dilemmas-dichotomies are two, and they are mutually independent, then a primordial, but effective ethical system is obtained. This system is relevant for two reasons. First, the four couples of choices on the two dichotomies compose a compass; each couple addresses the mind to follow a specific direction inside the sea of innumerable scientific theories. Even more importantly, provided that one suitably adapt the philosophical meanings of the choices, similar dichotomies to those in science hold true in the foundations of ethics (Drago 2000). Hence, one may stress that although scientist's ethics is a minimal one, this ethics system echoes the foundations of the entire ethics system.

---

<sup>8</sup> This point was equivocated by Kant who thought to have proved the basic tenets of each of the two alternatives and hence to have obtained an antinomic contradiction between them. This misinterpretation led him to make recourse to a formal viewpoint, which moreover was based upon metaphysical pre-conceptions (e.g. the perception of space through a "pink eye-glasses"). The discovery of non-Euclidean geometries denied this philosophy of knowledge (Drago 2014b).

## References

- Agassi J. (1969). “Unity and diversity in science”. *Boston Studies in the Philosophy of Science*, 4, pp. 463-522.
- Barut O. (1986). *Dynamics and symmetry: Two distinct methodologies in theoretical physics*, in Gruber B., Lenczewski R. (eds.), *Symmetry II*. New York: Plenum Press, pp. 37-50.
- Beth W.E. (1959). *Foundations of Mathematics*. Amsterdam: North-Holland.
- Bishop E. (1967). *Foundations of Analysis*. New York: Mc Graw-Hill.
- Brouwer L.E.J. (1975). *Collected Works*. Amsterdam: North-Holland.
- Brunschvige L. (1923). *La Philosophie de la Mathématique*. Gauthiers-Villars: Paris.
- Bunge M. (1957). “Lagrangian formulation and mechanical interpretation”. *American Journal of Physics*, 25 (7), pp. 211-219.
- Capecchi D., Drago A. (2005). *Lagrange e la Storia della Meccanica*. Bari: Progedit.
- Carnot L. (1783). *Essai sur les Machines en Général*. Defay: Dijon.
- Carnot L. (1803). *Principes fondamentaux de l'équilibre et du mouvement*. Paris: Deterville.
- Da Costa N., Doria F.A. (1991). “Undecidability and incompleteness in Classical Mechanics”. *International Journal of Theoretical Physics*, 30, pp. 1041-1073.
- D'Alembert J. (1770-1775). *Eléments*, in Diderot D., D'Alembert J. (eds.), *Encyclopedie Française*. Livourne: Imprimerie des Editeurs.
- Drago A. (1993). *The principle of virtual works as a source of two traditions in 18<sup>th</sup> Century Mechanics*, in Bevilacqua F. (ed.), *History of Physics in Europe in 19<sup>th</sup> and 20<sup>th</sup> Century*. Bologna: SIF.
- Drago A. (2000). *Etica e scienza: loro fondazione comune secondo una visione pluralista*, in Chieffi L. (ed.), *Bioetica e Diritti dell'Uomo*. Torino: Paravia Scriptorium.
- Drago A. (2003). *La riforma della dinamica secondo G.W. Leibniz: Testi originali e loro interpretazione moderna*. Benevento: Hevelius.
- Drago A. (2004). “A new appraisal of old formulations of mechanics”. *American Journal of Physics*, 72 (3), pp. 407-409.
- Drago A. (2012). *Pluralism in Logics: The Square of Opposition, Leibniz' Principle of Sufficient Reason and Markov's principle*, in Béziau J.-Y., Jacquette D. (eds.), *Around and Beyond the Square of Opposition*. Basel: Birkhauser.
- Drago A. (2013). *The emergence of two options from Einstein's first paper on quanta*, in Pisano R., Capecchi D., Lukesova A. (eds.), *Physics, Astronomy and Engineering. Critical Problems in the History of Science and Society*. Siauliai: Scientia Socialis.
- Drago A. (2014a). “A rational reconstruction of the history of the kinetic theory of gas as founded on Leibniz-Carnot's formulation of mechanics”, *Atti della Fondazione Ronchi*, 69, pp. 365-387.
- Drago A. (2014b). *Kant's philosophy of knowledge and the four models of a physical theory*, in XXXIII Convegno Nazionale della Società Italiana degli Storici della Fisica e dell'Astronomia (Acireale, September 4-7, 2009).

- Drago A., Perno A. (2004). “La teoria geometrica delle parallele impostata coerentemente su un problema (I)”. *Periodico di Matematiche*, 4, pp. 41-52.
- Drago A., Pisano R. (2000). “Interpretazione e ricostruzione delle *Réflexions* di Sadi Carnot mediante la logica non classica”. *Giornale di Fisica*, 41, pp. 195-215.
- Dugas R. (1950). *Histoire de la Mécanique*. Paris: Dunod.
- Einstein A. (1905a). “Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt”. *Annalen der Physik*, 322, pp. 132-148.
- Einstein A. (1905b). Letter to Conrad Habicht, May 18<sup>th</sup> or 25<sup>th</sup>, in Einstein A. (1993), *Collected Papers*, vol. 5, document 27. Princeton: Princeton University Press.
- Flores F. (1999). “Einstein’s theory of theories and types of theoretical explanation”. *International Studies in Philosophy of Science*, 13, pp. 123-134.
- Gabbey D., Kanamori A., Woods J. (2012). *Handbook of History of Logic*, vol. 6. New York: Elsevier.
- Galilei G. (1954). *Dialogues Concerning Two New Sciences*. New York: Dover.
- Goldstein H. (1980). *Classical Mechanics*. New York: Addison Wesley.
- Hanson N.R. (1961). *Are wave mechanics and matrix mechanics equivalent theories?*, in Feigl H., Maxwell G. (eds.), *Current issues in the philosophy of science*. New York: Holt Rinehart and Winston.
- Koyré A. (1957). *From the Closed World to the Infinite Universe*. Baltimore: University of Maryland.
- Kuhn T.S. (1969). *The structure of Scientific Revolutions*. Chicago: The University of Chicago Press.
- Lagrange J.-L. (1788). *Mécanique analytique*. Desaint: Paris.
- Lagrange J.-L. (1797). *Théorie des Fonctions Analytiques*. Paris: Imprimerie de la République.
- Leibniz (1989). *Theodicy*. Preface. Cambridge (MA): Hackett.
- Lorentz H. A. (1900). *Elektromagnetische Theorien physickalischer Erscheinungen*, in Lorentz H.A., *Collected Papers*, vol. VIII. The Hague: Martin Nijhoff.
- Mach E. (1883). *Die Mechanik in Ihrer Entwicklung. Historische-Kritik Dargestellt*, Leipzig: Brockhaus.
- Mach E. (1896). *Principles of Heat*. Boston: Reidel.
- Markov A.A. (1962). “On Constructive Mathematics”. *American Mathematical Society Translations*, 98 (2), pp. 1-9.
- Martin-Loef P. (2007). *The Hilbert-Brouwer controversy resolved?*, in van Atten M. et al. (eds.), *One Hundred Years of Intuitionism (1907-2007)*. Berlin: Birkhauser.
- Meschkowski H. (1965). *Evolution of Mathematical Thought*. San Francisco: Holden-Day.
- Newton I. (1704). *Optiks*. London: Smith and Walford.
- Poinsot L. (1975). *La théorie générale de l’équilibre et du mouvement des systèmes*. Paris: Vrin.
- Robinson A. (1960). *Non-Standard Analysis*. Amsterdam: North-Holland.
- Scarpa F.M. (2002). “Lazare Carnot e la Relatività ristretta”, *Giornale di Fisica*, 43, pp. 205-212.

# **A program of research for discovering an alternative formulation of quantum mechanics**

Antonino Drago - formerly at the University of Naples "Federico II" - drago@unina.it

*Abstract:* I recall my proposal of a general strategy for discovering an alternative formulation to Dirac-von Neumann's formulation of Quantum Mechanics and moreover I review its advancements. First, I have planned to study what are the foundations of classical physics. I found out that they are constituted by two dichotomies concerning respectively Mathematics and Logic. I made use of them for characterizing the basic features of the alternative formulation of Quantum Mechanics to be discovered, first of all the alternative choices on the two dichotomies to those of both Newton's Mechanics and the dominant formulation of Quantum Mechanics. Subsequently, I have followed two sub-strategies. The former one was to discover, as its first step, the alternative formulations of the main classical theories. I have obtained them. The second step, to be still performed, is to rationally re-construct on this alternative basis and according to the two dichotomies the historical birth of Quantum Mechanics. The latter sub-strategy is to scrutinize all the already suggested formulations of Quantum Mechanics in order to inspect whether one of them enjoys the features of the wanted alternative formulation. No one formulation satisfies such features, although several formulations closely approach the alternative one; a rigorous re-formulation of them according to the alternative choices on the two dichotomies requires a sophisticated technical competence. By the way, a new history of both the entire classical physics and part of modern physics has been obtained according a new point of view of a pluralist nature.

*Keywords:* Quantum Mechanics, dichotomies in Mathematics and Logic, alternative formulations of classical physical theories, alternative quantum mechanics.

## **1. The recognition of the foundations of theoretical physics**

In 1976, at Lecce Conference on *Science and society* I stated a program of research for discovering an alternative formulation of QM (this proposal was not recorded by the proceedings (Donini *et al.* 1977) of that conference). I suggested that before tackling the foundational problems of modern physics, it is necessary to further explore classical physics – even the inertia principle – in order to accumulate more knowledge on the foundations of physics in general, and then to apply them to the study of QM.

After two decades my investigations on classical physics have obtained a first result, i.e. a clear-cut definition of the foundations of physics.

An analysis of past historical theories in Logic, Mathematics, Physics and Chemistry has suggested that not only – as it is well-known – the foundations of science are constituted by Logic and Mathematics, but in addition each of them has to be conceived in a dichotomic way, either constructive mathematics or classical mathematics and either classical logic or non-classical logic, respectively; or even, in corresponding philosophical terms, either potential infinity (PI) or actual infinity (AI), and either the deductive organization of the theory as derived from few axioms (AO), or the organization of a theory which is aimed at solving a basic problem (PO), respectively. In particular, I obtained the ideal model of a PO theory by means of a comparative study of the main non-deductive scientific theories (Drago 2012).

By means of the two dichotomies I have characterized Newton's mechanics as based on the choice AI owing to its use of infinitesimal analysis, and the choice AO, owing to its derivation of all mechanics laws from three principles (Drago 1988).

I have also characterized how the formulations of this theory – for instance, the three formulations suggested by L. Carnot, Lagrange and Hamilton – differ from Newton's formulation. They differ not only in making easier the resolutions of the problems – as even Mach has maintained (Mach 1893, part IV, chapter III), but first of all in their basic choices (and, as a consequence, in their principles, mathematical techniques and notions).

The two dichotomies suggest also a new characterization of the Dirac-von Neumann (DvN) formulation of QM. It is easily recognised that DvN is based (apart its measurement process) on the choices AI, owing to its use of the highly sophisticated mathematics of Hilbert space, and AO, owing to the a priori role played by this same notion inside the theory (Drago 1991a). Surprisingly, these choices are the same of Newton's mechanics, exactly that theory whose foundations have been contested by the scientists who started modern physics. This paradox constitutes the main criticism to the DvN, since its choices represent a backward theoretical attitude.

As a second step of my general strategy, I have approached the problem of looking for an alternative formulation of QM according to the two following sub-strategies:

- a. a study aimed at discovering the alternative formulations of all classical theories and then rationally re-constructing on their basis and according to the two dichotomies the historical birth of QM; from this re-construction the alternative formulation to DvN is expected to result;
- b. a recognition of all previously suggested formulations of QM in order to recognize the wanted alternative formulation, or at least to recognize those formulations which are less far from the wanted result.

### 3. Rationally re-constructing QM from the alternative formulations of its basic classical theories: the recognition of all these alternative theories

**Mechanics.** I have discovered the alternative formulation to Newton's. As a fact, L. Carnot declares in philosophical terms (Carnot L. 1783, pp. 101-103; 1803, pp. xiii-xvii, 2-3) that his formulation is founded on exactly what at present we know as the choices PI and PO. He declares (Carnot L. 1803, p. x) also that his theory is based on the principle of virtual works (PVW). Actually, L. Carnot's theory generalizes previous Leibniz' theory of the impact of only elastic bodies by deriving it from the PVW and in addition introducing an index of elasticity for considering the impact of all kinds of bodies. His great theoretical novelty is its basic problem, i.e. the search for the invariants of an impact of bodies; for the first time in the history of theoretical physics he derives them; its mathematical technique is surprisingly an elementary algebraic one (Carnot L. 1783, pp. 44ff; Drago 2004). I have accurately re-formulated this theory upon the principle of the *impossibility* of a motion *without* an end (IPM), which in a PO theory is the usual methodological principle from which a non-classical reasoning starts. From this principle the PVW easily follows and from here the entire development of L. Carnot's theory (Bellini, Drago, Mauriello 2007).

**Thermodynamics.** By extending this alternative formulation of mechanics to heat engines, Lazare's son, Sadi, founded thermodynamics. Owing to his purpose of addressing his book to people not educated to higher mathematics, his theory does not make use of calculus – apart in a footnote. Hence, the choice on the kind of mathematics is PI. The other choice is PO since the theory is based on a problem of the highest efficiency in the conversions of heat in work (Carnot S. 1824, p. 4). In addition, in a surprisingly consistent way he makes use of non-classical logic through doubly negated propositions (DNPs) which are not equivalent to the corresponding affirmative ones for lack of evidence of the latter ones; through them the author composes indirect proofs (Drago 1991b; Drago, Pisano 2000). Yet, textbooks' formulation, relying on the concept of the conservation of energy, differs from Sadi Carnot's one, which relies on a discarded concept (caloric). However, Drago and Pisano (2013) made apparent its full linkage with father's theory by deriving Sadi Carnot's valid results from the PVW. In addition, Callen (1974) has proved, although by applying to statistical mechanics Lagrange's formulation<sup>1</sup> rather than L. Carnot's one, that "thermodynamics is the science of symmetries". This fact confirms what is obtained by a comparative analysis of most physical theories, i.e. the characteristic mathematical technique of a PO theory is the symmetry (Drago 1996).

**Electromagnetism.** I have interpreted through the two dichotomies the history of its birth (Drago 2003). The early theory was built on both Carnotian-like notions (most of which have been suggested by Faraday) and Newtonian-like notions (which have been advocated by other scientists). Subsequently Maxwell has suggested a theory based on his celebrated equations, from which all electromagnetic laws are derived; hence its choice is AO. In contrast to Faraday's rejection of usual mathematics, these equations

<sup>1</sup> Lagrange's theory is based on the choice PO (the problem is how obtain the solution of whatsoever problem in mechanics) and the choice AI (it makes use of infinitesimal analysis) (Drago 2006).

have been obtained by means of that sophisticated mathematics which is necessary for representing the fluid dynamics of vortices. No surprise if Maxwell's equations, concerning differential equations on local quantities, have been considered an expression of the usual infinitesimal calculus, which is AI. Indeed, Maxwell's contemporaries thought that his theory had confirmed, although through different terms, the Newtonian paradigm (whose choices are the same, AI&AO).

Rather, an alternative theory of electromagnetism may be based upon Faraday's problem (PO) of how joining together an electricity theory with a magnetism theory through integral laws on global quantities (PI). This is the phenomenological electromagnetism (Rossi 1957, p. 303). Moreover, at present we know that constructive mathematics can express also Maxwell's equations because it includes differential operations; hence, according to the choice PI one can include in the alternative formulation also Maxwell's equations. An essential result of Maxwell's equations is the electromagnetic wave equation, from which both the formula for the light velocity and the theory of optics are derived. Yet, this equation cannot be solved in general by constructive means (Pour-El, Richards 1989).<sup>2</sup> However the same equation can be solved when the energy is bounded, that is a natural limitation for an operative, phenomenological theory. Hence also the alternative formulation of electromagnetism includes this wave equation; it may be derived from the given global formulas by testing in a heuristic way a wave function as their solution (Sánchez del Rio 1991).

Let us recall that a PO theory is based on the mathematical technique of symmetries; in this case the Lorentz' group is in question.

It was Einstein's paper (1905b) on special relativity that has proved the invariance of Maxwell equations; the method is appropriate to a PO theory: it is heuristic and it is based on a limitation principle,  $v \leq c$ , suggested to him by the IPM in thermodynamics (Zahar 1989, pp. 113-121). Moreover, its mathematics is at all constructive.

**Statistical mechanics.** Its simpler part, the kinetic theory of gases, has been surprisingly recognized to be a generalization of Leibniz-L. Carnot's mechanics, which I recall is based on the alternative choices PI&PO. This fact is confirmed by its history; the new theory started only when it was based – first by Leibniz' follower, D. Bernoulli, and a century after by Wallstone, Clausius and Maxwell – on the alternative notions to the Newtonian ones (Drago 2014).

Both Boltzmann and Gibbs have founded statistical mechanics upon Hamilton's mechanics, which in general is not solvable in constructive mathematics.<sup>3</sup> Einstein (1902; 1903; 1904) gave a new foundation of this theory according to an approach of kinetic theory of gases, which we know derives from L. Carnot's mechanics. Einstein based the theory upon the conservation of energy, which is a result of L. Carnot's

<sup>2</sup> These authors and some other scholars have looked for an essentially non-constructive QM theorem. Billinge (1997) has shown that even Gleason's theorem has a constructive counterpart – that does not mean that it is constructive. However, no scholar has made reference to the different formulations of a same theory. Already in 1982 I have proved that the question depends from the particular formulation one chooses as a representative of a physical theory (Drago 1982). I have also suggested a general method for inquiring the constructiveness of a physical theory (Drago 1986).

<sup>3</sup> Da Costa and Doria (1991) have proved that Hamilton's formulation is undecidable in constructive mathematics. I studied the obscure foundations of Statistical mechanics in (Drago 2016a).

mechanics.<sup>4</sup> This principle of Einstein's theory is of course decidable and moreover the following theoretical development is constructive because one can intend with impunity the differentials as finite difference quantities. (Yet, a further analysis deserves Einstein's use of Liouville's theorem).<sup>5</sup>

Table 1 summarizes the situation of the accumulated results; it shows that there exists an alternative formulation to each classical theory that is involved in the birth of QM.

	PI	Constructive Mathematics	PO	Non-classical Logic	First Principles Limitation	Invariants
Mechanics	LC	LC	LC*	LC*	IPM-PVW	LC (spatial)
Thermodynamics	(SC)/CKC	(SC)/CKC	(SC)/CKC*	(SC)/CKC*	IPM-PVW	Callen
Electromagnetism	Ph.	Ph.	Faraday	Faraday?	?	Lorentz
Kinetic theory of gases	LC	LC	LC	Prob.?	$\neg(L > 0)$	Callen
Statistical Mechanics	Einstein	Einstein	Einstein	Prob.?	$\neg(L > 0)$	Callen

**Table 1.** The alternative formulations of the main classical theories

*Legenda:* LC = Lazare Carnot's formulation; SC = Sadi Carnot's formulation; CKC = Carnot-Kelvin-Clausius' formulation; IPM = Impossibility of a perpetual motion; PVW = Principle of virtual works; \* = in a more clear version by means of improvements of the original theory. Prob.? = hints that the introduction of probabilities surrogates the use of non-classical logic

#### 4. Rationally re-constructing QM from the alternative formulations of its basic classical theories: the attempts to rationally re-construct the birth of QM

In order to proceed with the latter step of the former sub-strategy, one can anticipate the result by characterizing six features of the alternative formulation of QM which are derived by both the two dichotomies and the alternative features of the above classical theories: *i)* its organization is PO; *ii)* its prime principle is a limitation principle, of course the uncertainty principle; *iii)* its way of reasoning pertains to non-classical logic; *iv)* its mathematics is the constructive one; *v)* its mathematical technique is that of symmetries; *vi)* its limit for  $h \rightarrow 0$  has to give Lazare Carnot's formulation of mechanics, or, more in general, a theory relying on an impossibility principle, as the PVW is. In addition, the following *à la* Koyré's propositions which characterize the alternative theories to Newton's one suggest the following change in the basic notions from the Newtonian paradigm to the alternative formulation of QM:<sup>6</sup> "Evanescence of the force-cause and discreteness of matter [and even light]."

<sup>4</sup> The usual starting point for the non-classical reasoning in the alternative theories - i.e. the principle of the *impossibility* of a motion *without* an end - may be substituted by the following doubly negated principle: "No *positive* (= *not* null) work from gas motion and from constraints' reactions".

<sup>5</sup> Notice the discovery of Einstein's treatment by Peliti and Rechtman (2017).

<sup>6</sup> They have been obtained by interpreting through the two Newtonian choices the original Koyré's ones and then constructing on the alternative choices those propositions which are valid for the classical alternative theories (Drago 1994).

My studies under the light of the two dichotomies have obtained that in the 1905 paper (Einstein 1905c), *i*) Einstein has built a PO theory (in his words, a “principle theory”) because it is aimed at solving the problem of existence of quanta; *ii*) he has appropriately made use of non-classical logic (although by mere ingenuity); *iii*) in the foundation of the entire theoretical physics he has overtly recognized the dichotomy on the infinity (“continuum” vs. “discrete”) and *iv*) he has chosen “the discrete”, i.e. the PI (Drago 2013). In other words, in his paper Einstein has almost exactly recognized the alternative choices, PO and PI, to Newton’s. No surprise if in the early years of the XX century Einstein’s 1905 paper only has represented a qualified answer to the theory of the blackbody; surely, this clever theoretical attitude derives from his attributing an alternative character (limitation principle, the elementary mathematics) to thermodynamics, that we know has the alternative choices PO and PI. As a fact, Einstein has declared this paper his “more revolutionary paper” (Einstein 1905a).

Yet, Einstein’s method, i.e. an analogy between a gas of particles and a “gas” of quanta, cannot be exactly reiterated in other case studies. In the following years various parts of QM have been obtained from analogies between the new theoretical situations and suitably chosen parts of classical theories (Darrigol 1992). Bohr has suggested that these analogies result from the applications of a “principle of correspondence”. This principle was never “proved”; it remained a merely intuitive principle. By means of the two dichotomies one may give reason for this negative outcome. The classical theories taken in consideration all rely on AI&AO, whereas the early QM relies on the choices PO and often PI; the different choices allow to link the two theoretical parts by no more than local and occasional analogies. As a verification, the historical sequence of all the analogies exploited during the process of QM’s construction does not allude in any way to the four choices on the two fundamental dichotomies.

Let us now consider a formal way to re-construct the birth of QM. It is an encouraging fact that L. Carnot’s mechanics may be in a natural way extended to be invariant under Lorentz’ group (Drago 2001; Scarpa 2002). However, it is well known that the resulting theory, i.e. special relativity, is incompatible with QM, owing to the non linearity of the quantum commutation relationships. Hence, this theoretical path from L. Carnot’s formulation to QM, is barred.

At present, it is still an open problem how re-visiting according to the two dichotomies the historical paths leading to QM.

##### **5. The strategy for recognizing an alternative formulation of QM among those already invented**

Instead of following the above laborious sub-strategy, one may hope to find out the alternative formulation to the DvN by discovering, or at least by suitably re-interpreting, according to the alternative couple of choices PO&PI, a formulation of QM which has been already suggested by quantum theorists. I have explored under the light of the two dichotomies four classes of (broadly intended) formulations of QM.

**Alternative formulation before the birth of DvN.** Fortunately such formulation there exists. Heisenberg's matrix mechanics has been surely founded on the alternative choices, because it is aimed at solving the problem of the atomic spectra (PO) and it makes use of an algebraic, hence constructive, mathematical technique (PI). Yet, this formulation is incomplete and it cannot appropriately make use of continuous operators (Beller 1983, p. 475). The completion of the original formulation independently from the theoretical framework of DvN (which includes Heisenberg theoretical suggestions as a mere "Heisenberg picture") constitutes an open problem.

**Formulations closely approaching the wanted alternative.** I have looked for all existing formulations of QM (around 26) that have been by ingenuity invented by theoretical physicists. It is not easy to decide which are the basic choices of each one, because a theory which at glance appears as based on AI, a more accurate analysis may interpret it as belonging to constructive mathematics; and moreover a theory which was suggested in an AO-style may hid a PO theory. Therefore, in a previous paper I have contented myself with rough characterizations of the choices of each of the above formulations of QM. Among them I have found two formulations which seem to be founded upon the alternative choices PO and PI, i.e. T.F. Jordan's (1985) and Bub's (2005). However, the former formulation is incomplete and the latter one is unsatisfactory for it relies on a non-physical notion, information (Drago 2016c).

**Re-formulating QM upon an accurate definition of quantum logic.** By means of the two dichotomies I have re-constructed the history of QM as a progressive recognition of the alternative notions, techniques and principles. I obtained an astonishing theoretical progression marked by a sequence of five-years steps (Drago 2002). In addition, this progression makes apparent that the discovery – through Birkhoff and von Neumann's seminal paper (1936) – of a non-classical logic in the foundations of QM has occurred after the construction of both its first two formulations and also the DvN. This fact proves that *i*) by lacking of an essential aspect of a PO theory, i.e. the non-classical logic, Heisenberg's matrix mechanics was doomed to be absorbed into the DvN framework (which is founded on the dominant classical logic); *ii*) owing to its classical logic, the DvN cannot be considered as an adequate formulation of QM; *iii*) the discovery of an alternative formulation of QM through the new logical basis is needed. Several theorists wanted to accurately define the exact quantum logic in order to re-construct upon it QM. Actually, Birkhoff and von Neumann have deliberately excluded the intuitionist logic; which is instead the appropriate logic of a PO formulation of QM, whose main problem is how measure the state of the system notwithstanding the indeterminacy relationships. Hence, all attempts to define a new kind of non-classical logic for QM, being performed outside of both a PO and the well-founded (since the 1930's) intuitionist logic, are doomed to fail, as eighty years of unsuccessful attempts prove it. A first attempt of re-constructing QM inside a well-defined PO formulation and by making use of DNPs is the paper (Drago, Venezia 2002).

**Any already suggested formulation of QM that relies on the symmetry technique?** Hermann Weyl's book – aimed at formulating QM through symmetries (Weyl 1930) – appears as the fortunate answer to the above question. Yet, a closer analysis of this formulation shows that its theoretical development relies upon

Schrödinger's mechanics, whose basic choices are easily recognized as AO (owing to his a priori notion of the amplitude of probability) and AI (as each second order differential equation); moreover, in the initial development of Weyl's theory the mathematics is an algebra of finite groups; yet, subsequently this mathematics is extended in an informal way to continuous groups (Drago 2000). In order to rigorously re-formulate this attempt according to the choices PI and PO a competence in the most sophisticated mathematics of the classical and constructive group theory is required. A first attempt for obtaining a QM based on symmetries has been presented some years ago (Drago, Pirolo 1997).

Table 2 summarizes the previous results and some open problems.

	PI	Constructive Mathematics	PO	Non-classical Logic	Symmetries
Einstein's paper	+*	+*	+*	+*	-
Correspondence Principle	-	-	+	+	-
Matrix Mechanics	+	+	+	-	-
Weyl's formulation	(+)	(+)	(+)	-	+
Quantum Logic	-	-	(+)	(+)	-

**Table 2.** Formulations closely approaching the alternative one

*Legenda:* (+) = not precisely expressed; \* = almost accurately expressed; - = lacking feature

## 6. Conclusions

The program of research suggested by my proposal of forty years ago is successful in having obtained: *i*) the first wanted result, i.e. discover the foundations of theoretical physics *ii*) the first step of the former sub-strategy, i.e. recognition of the alternative formulations to each theory of classical physics involved in QM's birth; *iii*) the recognition of the basic features of the wanted alternative formulation of QM (however, the reformulation, planned by the first sub-strategy, of the historical path leading from classical physics to the alternative formulation of QM is at present an unsolved problem); *iv*) no scholar has by ingenuity suggested a complete formulation of QM based on PI&PO; *v*) many partial results concerning the second sub-strategy, i.e. the foundational relevance of Einstein's first theory on the existence of quanta, Heisenberg's matrix mechanics (the first formulation of QM), Weyl's group theory formulation of QM, plus two other formulations (Jordan's and Bub's); all together these formulations represent a close approximation to the wanted formulation of QM relying on the two alternative choices; which nevertheless has not still been discovered.

However, all the above facts show that the four basic choices of the two dichotomies catch the novelty of QM and moreover that the two dichotomies have been perceived by some prominent scientists. Hence, the above-illustrated foundations of physics are constitutive of the evolution of modern physics and can appropriately tackle the problem of suggesting an alternative formulation to the DvN.

By the way, all these results have suggested a more detailed interpretation of the history of both classical physics and the births of the two main theories of modern physics. This interpretation corresponds to a pluralist point of view, which is a novelty in the historiography of Physics.

### References

- Beller M. (1983). “Matrix Theory Before Schrodinger: Philosophy, Problems, Consequences”. *Isis*, 74, pp. 469-491.
- Bellini E., Drago A., Mauriello G. (2007). *Ricostruzione della meccanica di Lazare Carnot come alternativa fondazionale alla meccanica newtoniana*, in Leone M., Preziosi B., Robotti N. (a cura di), *L'eredità di Fermi, Majorana ed altri temi*. Napoli: Bibliopolis.
- Billinge H. (1997). “A constructive formulation of Gleason’s Theorem”, *Journal of Philosophical Logic*, 26, pp. 661-670.
- Birkhoff G., von Neumann J. (1936). “The logic of quantum mechanics”, *Annals of Mathematics*, 37, pp. 823-843.
- Bub J. (2005). “Quantum Mechanics is about Quantum Information”. *Foundations of Physics*, 35, pp. 541-560.
- Callen H. (1974). “Thermodynamics as a science of symmetry”. *Foundations of Physics*, 4, pp. 423-443.
- Carnot L. (1783). *Essai sur les Machines en général*. Dijon: Defay.
- Carnot L. (1803). *Principes fondamentaux de l'équilibre et du mouvement*. Paris: Deterville.
- Carnot S. (1824). *Refléxions sur la puissance motrice du feu*. Paris: Blanchard.
- Da Costa, N., Doria F.A. (1991). “Undecidability and Incompleteness in Classical Mechanics”. *International Journal of Theoretical Physics*, 30, pp. 1041-1073.
- Darrigol O. (1992). *From c-Numbers to q-Numbers*. Berkeley: University of California Press.
- Donini E. et al. (a cura di) (1977). *Matematica e fisica, struttura e ideologia*. Bari: De Donato.
- Drago A. (1982). “Carathéodory’s thermodynamics and Constructive Mathematics”. *Lettere al Nuovo Cimento*, 34, pp. 52-56.
- Drago A. (1986). *Relevance of Constructive Mathematics to Theoretical Physics*, in Agazzi E. et al. (a cura di), *Logica e Filosofia della Scienza, oggi*, vol. II. Bologna: CLUEB.
- Drago A. (1988). *A characterization of Newtonian paradigm*, in Scheurer P.B., Debrock G. (eds.), *Newton’s Scientific and Philosophical Legacy*. Dordrecht: Kluwer.
- Drago A. (1991a). *Alle origini della meccanica quantistica: le sue opzioni fondamentali*, in Cattaneo G., Rossi A. (a cura di), *I fondamenti della meccanica quantistica. Analisi storica e problemi aperti*. Cosenza: Editel.
- Drago A. (1991b). *The alternative content of Thermodynamics: Constructive Mathematics and problematic organization of the theory*, in Martinas K., Ropolyi L., Szegedi

- P. (eds.), *Thermodynamics: History and Philosophy. Facts, Trend, Debates*. Singapore: World Scientific.
- Drago A. (1994). *Interpretazione delle frasi caratteristiche di Koyré e loro estensione alla storia della fisica dell'Ottocento*, in Vinti C. (a cura di), *Alexandre Koyré. L'avventura intellettuale*. Napoli: ESI.
- Drago A. (1996). *Una caratterizzazione del contrasto tra simmetrie ed equazioni differenziali*, in Rossi A. (a cura di), *Atti del XIV e XV Congresso Nazionale di Storia della Fisica*. Lecce: Conte.
- Drago A. (2000). *Which kind of mathematics for quantum mechanics? The relevance of H. Weyl's program of research*, in Garola A., Rossi A. (eds.), *Foundations of Quantum Mechanics. Historical Analysis and Open Questions*. Singapore: World Scientific.
- Drago A. (2001). *The birth of an alternative mechanics: Leibniz' principle of sufficient reason*, in Poser H. et al. (eds.), *VII Internationaler Leibniz-Kongress. Nihil Sine Ratione*, vol. I. Berlin: Institut für Philosophie.
- Drago A. (2002). "Lo sviluppo storico della meccanica quantistica visto attraverso i concetti fondamentali della fisica". *Giornale di Fisica*, 43, pp. 143-167.
- Drago A. (2003). *Volta and the strange history of electromagnetism*, in Bevilacqua F., Giannetto E.A. (eds.), *Volta and the history of electricity*. Milano: Hoepli.
- Drago A. (2004). "A new appraisal of old formulations of mechanics". *American Journal of Physics*, 72 (3), pp. 407-409.
- Drago A. (2012). *Pluralism in Logic: The Square of Opposition, Leibniz' Principle of Sufficient Reason and Markov's principle*, in Béziau J.-Y., Jacquette D. (eds.), *Around and beyond the Square of Opposition*. Basel: Birkhauser.
- Drago A. (2013). *The emergence of two options from Einstein's first paper on quanta*, in Pisano R., Capocchi D., Lukesova A. (eds.), *Physics, Astronomy and Engineering. Critical Problems in the History of Science and Society*. Siauliai: Scientia Socialis.
- Drago A. (2014). "A rational reconstruction of the history of the kinetic theory of gases as founded on Leibniz-Carnot's formulation of mechanics". *Atti della Fondazione Ronchi*, 69, pp. 365-387.
- Drago A. (2016a). *On the various historical accounts on statistical mechanics*, in Tucci P. (ed.), *Atti del XXXIV Convegno annuale della SISFA* (Firenze, September 10-13, 2014). Pavia: Pavia University Press.
- Drago A. (2016b). *Three quantum mechanics' formulations which share the alternative fundamental choices*, in Esposito S. (ed.), *Atti del XXXV Convegno annuale della SISFA* (Arezzo, September 16-19, 2015). Pavia: Pavia University Press.
- Drago A. (2016c). *A dozen formulations of quantum mechanics: a mutual comparison according to several criteria*, in Tucci P. (ed.), *Atti del XXXIV Convegno annuale della SISFA* (Firenze, September 10-13, 2014). Pavia: Pavia University Press.
- Drago A., Pirolo A. (1995). *Quantum mechanics reformulated by means of symmetries*, in Garola C., Rossi A. (eds.), *The Foundations of Quantum mechanics*. Dordrecht: Kluwer.
- Drago A., Pisano R. (2000). "Interpretazione e ricostruzione delle *Réflexions* di Sadi Carnot mediante la logica non classica". *Giornale di Fisica*, 41, pp. 195-215.

- Drago A., Pisano R. (2013). *The modern thermodynamics as based on the principle of virtual work*, in Pisano R., Capecchi D., Lukesova A. (eds.), *Physics, Astronomy and Engineering. Critical Problems in the History of Science and Society*. Siauliai: Scientia Socialis.
- Drago A., Venezia A. (2002). *A proposal for a new approach to Quantum Logic*, in Mataix C., Rivadulla A. (eds.), *Fisica Cuantica y Realidad*. Madrid: Universidad Complutense de Madrid.
- Einstein A. (1902). “Kinetische Theorie des Waermegleichgewichtes und des zweiten Hauptsatz der Thermodynamik”. *Annalen der Physik*, 9, pp. 417-433.
- Einstein A. (1903). “Eine Theorie der Grundlagen der Thermodynamik”. *Annalen der Physik*, 11, pp. 170-187.
- Einstein A. (1904). “Zur allgemeinen Molekularen Theorie der Wärme”. *Annalen der Physik*, 14, pp. 354-362.
- Einstein A. (1905a). Letter to Conrad Habicht, April 14<sup>th</sup>, in Einstein A. (1993), *Collected Papers*, vol. 5, document 27. Princeton: Princeton University Press.
- Einstein A. (1905b). “Zur Elektrodynamik Bewegter Körper”. *Annalen der Physik*, 17, pp. 891-921.
- Einstein A. (1905c). “Über einen die Erzeugung der Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt”. *Annalen der Physik*, 17, pp. 132-148.
- Jordan F. (1985). *Quantum Mechanics in Simple Matrix Form*. New York: Wiley & Sons.
- Mach E. (1893), *The Science of Mechanics*. La Salle: Open Court.
- Peliti L., Rechtman R. (2017). *Einstein’s approach to Statistical Mechanics*, in Esposito S. (ed.), *Atti del XXXVI Convegno annuale della SISFA* (Naples, October 4-7, 2016). Pavia: Pavia University Press.
- Pour-El M.B., Richards J. (1989). *Computability in Analysis and Physics*. Berlin: Springer.
- Rossi B.B. (1957). *Optics*. Reading: Addison-Wesley.
- Sánchez del Rio C. (1991). “Formulaciòn algebraica del electromagnetismo”. *Revista Espanola de Fisica*, 5 (3), pp. 31-33.
- Scarpa F.M. (2002). “Lazare Carnot e la Relatività ristretta”. *Giornale di Fisica*, 43, pp. 205-212.
- Weyl H. (1930). *The Theory of Groups and Quantum Mechanics*. New York: Dover.
- Zahar E. (1989). *Einstein’s revolution. A study on Heuristic*. La Salle: Open Court.



# Particle tracks in a cloud chamber: the Mott's conjecture (1929)

Rodolfo Figari - Dipartimento di Fisica "Ettore Pancini", Università di Napoli "Federico II"; I.N.F.N. Sezione di Napoli - figari@na.infn.it

*Abstract:* Since the very early days of quantum mechanics, questions and theoretical proposals concerning the observed tracks left by atoms or sub-atomic particles in a cloud chamber produced a lively debate. In fact, tracks are interpreted as macroscopic footprints of the passage of a quantum particle but are perfectly described as trajectories of a classical particle in a classical magnetic field. In an almost unnoticed paper written at the end of the twenties, Mott investigated, in perturbation theory, the Schrödinger evolution of a particle emitted by a radioactive source inside a simplified quantum environment. He was able to prove that successive ionizations of atoms of the environment are more likely if atoms lie on the same line containing the radioactive source. His line of reasoning did not make use of any reduction of the particle wave packet due to the interaction with a measurement apparatus. I will summarize recent attempts to analyze the problem in terms of the so-called environment induced decoherence.

*Keywords:* Cloud chamber, wave packet reduction, decoherence.

## 1. Introduction

The distinguished English physicist Sir Nevill Francis Mott (Leeds, 30 September 1905-Milton Keynes, 8 August 1996) won the Nobel Prize in Physics in 1977 for his work on the metal-non-metal transition and, more generally, on the electronic structure of disordered systems. He shared the award with P.W. Anderson and J.H. van Vleck. For further details of his biography one can consult Pippard's biographical memoir (Pippard 1998), which is a mine of information about Mott's intense scientific life.

His third scientific article (Mott 1929) was published in the Proceedings of the Royal Society in 1929 at a time when he was a young Lecturer at the University of Manchester. Mott wrote it at the dawn of Quantum Theory aiming at clarifying the meaning of wave-particle duality and the role of the measurement process in the atomic and sub-atomic systems dynamics. The paper remained little known inside the Physics community, as Pippard indirectly confirms mentioning it, mainly because "the paper was considered sufficiently original to be included in a rather recent collection devoted to the quantum theory of measurement (Pippard 1998, p. 322).<sup>1</sup> In fact, Mott's

---

<sup>1</sup> Pippard refers to (Wheeler, Zurek 1983).

contribution should be considered the earliest innovative attempt to lay the foundations of the theory of environment-induced decoherence, i.e., the dynamical mechanism responsible for the transition to a classical behavior of a quantum particle as a consequence of its interaction with the environment.

In this short note, I will try to sketch few noteworthy aspects of the controversy about the theoretical explanation of the tracks observed in a cloud chamber. The debate went on between the Fifth Solvay Conference, held in October 1927, and the year 1932 when the “Copenhagen” formulation of Quantum Mechanics was given its final form by von Neumann. For more detailed studies on historical and technical perspectives of the subject see (Figari, Teta 2012, 2014; Dell’Antonio *et al.* 2015).



**Fig. 1.** Particle tracks in a Wilson’s cloud chamber

## 2. The Cloud Chamber

The first tracking chamber, fit for the purpose to detect tracks of sub-atomic particles, was invented and put in operation in 1911 by C.T.R. Wilson.<sup>2</sup> In his own words,

In the first years of the XX century [...] ideas on the corpuscular nature of alpha and beta rays had become much more definite, and I had in view the possibility that the track of an ionizing particle might be made visible and photographed by condensing water on the ions which it liberated (Wilson 1927).

In order to track the ionizing radiation, Wilson utilized a cavity containing a mixture of air and water vapor brought into a super-saturated state by a rapid expansion lowering its temperature. The  $\alpha$ -particles were released by a radioactive source inside the chamber and induced ionization of the vapor molecules that, in turn, operated as condensation nuclei for the formation of drops of water. The sequence of drops was instantly photographed, making visible the  $\alpha$ -ray trajectories. There was no doubt about the interpretation of the tracks as trajectories of the  $\alpha$ -particles. In fact, they were accurately described as trajectories of a charged classical particle in a classical electromagnetic field.

---

<sup>2</sup> For details on the Wilson’s experimental apparatus see (Leone, Robotti 2004).

For the astonishing clarity of the experimental outputs, Ernest Rutherford described the Wilson's cloud chamber as the most original and wonderful instrument in scientific history.

Elaborated in the years 1925-1927, the standard formulation of Quantum Mechanics appeared to be in open contrast with the classical description of the tracks outlined above. Considered the difficulties of the old Quantum Theory to connect the frequencies emitted by atoms with the revolution period of any supposed electronic orbit, Heisenberg sought to formulate a theory avoiding the concept of electron orbit, a concept "which I had expressly forbidden myself" (Heisenberg 1983). He succeeded in this task in a way that disoriented also his co-workers: "After my return to Gottingen I showed the paper to Born, who found it interesting but somewhat disconcerting, inasmuch as the concept of electron pathways was totally eliminated" (Heisenberg 1983).

Heisenberg, Born and Jordan finally formulated Matrix Mechanics characterized by an explicit refusal to consider of any relevance classical kinematic concepts like position, velocity or trajectory in order to describe the atomic structure. The main reason for this conclusion is that position and velocity are quantities that can barely be observed at atomic level, whereas a proper physical theory should always rely on observable quantities.

Following a totally different line of thought, Schrödinger found out that it was possible to maintain a space-time description at the expense of describing microscopic objects as waves instead of point particles. The theory he formulated took the name Wave Mechanics. On the basis of the analogy between Optics and Mechanics, Schrödinger was able to derive the evolution equation for the wave  $\psi(x,t)$ . Moreover, he proposed a first physical interpretation of  $e|\psi(x,t)|^2$  as the charge density at the point  $x$  and time  $t$  of the electron with total charge  $e$ , but the proposal was rapidly rejected due to the fact that, in general, the solutions of the evolution equation spread in space as time goes by.

The finally accepted interpretation was given by Born (1926). According to his proposal,  $|\psi(x,t)|^2$  is interpreted as the probability density to find the object in  $x$  at time  $t$ . After Born, Quantum Mechanics has been accepted as a theory that can only provide probabilistic predictions (of the position or of any other observable relative to a microscopic object).

Bohr attempted to harmonize Wave and Matrix Mechanics in a unified and consistent description of atomic phenomena. The occasions were the lecture delivered at the congress in Como, on September 1927 (Bohr 1927), and the general discussion in the subsequent Fifth Solvay Conference in Brussels (Bacciagaluppi, Valentini 2009). Bohr's approach soon became the core of the so-called Copenhagen or standard interpretation of Quantum Mechanics.

It is worth mentioning here the crucial role played in the standard interpretation by the act of measurement.

- A measurement apparatus must be considered as a classical object.
- The result of a measurement is the determination of one of the possible complementary properties of the quantum system.

- The property (which is incorrect to be thought as pre-existing) is produced only as the result of the interaction with the classical apparatus. The instantaneous change of the system state in the measurement process is denoted as wave packet reduction (or collapse).

The axiomatic formulation of the measurement process described above is the most controversial aspect of the Copenhagen interpretation. It has raised a long debate that still continues.

Few points open to question are worth mentioning. First, it is not explained why the experimental device, despite being made of atoms, should behave as a classical object. Moreover, it is not clear where the borderline between the measurement apparatus (characterized by a classical behavior) and the system (characterized by a quantum behavior) should be put. The problem is usually solved pragmatically in each specific situation but, at a conceptual level, the ambiguity remains. Finally, one has to renounce to the universality of the dynamical law. In 1932 von Neumann formalized this last feature of the theory postulating two different kinds of evolution for the system: a genuine quantum evolution governed by the Schrödinger equation when the system is not measured and a sudden stochastic evolution corresponding to the wave packet reduction when the system is measured.

### 3. The debate on the tracks in a cloud chamber

According to the first theoretical analysis of the radioactive decay given by Gamow (1928), the emitted  $\alpha$ -particle must be described by a wave function having the form of a spherical wave, with center in the radioactive nucleus and isotropically propagating in space. In fact, the initial isotropy is also suggested by the isotropy in the experimental output (see Fig. 1). Therefore, the non-trivial problem arises as to how such an initial spherically symmetric wave packet can produce the observed classical trajectories.

The theoretical explanation of the observed tracks in a cloud chamber was already approached by Born in 1927 during the general discussion at the Solvay Conference. In his words:

Mr. Einstein has considered the following problem: A radioactive sample emits  $\alpha$ -particles in all directions; these are made visible by the method of the Wilson cloud chamber. Now, if one associates a spherical wave with each emission process, how can one understand that the track of each  $\alpha$ -particle appears as a (very nearly) straight line? In other words: how can the corpuscular character of the phenomenon be reconciled here with the representation by waves? (Bacciagaluppi, Valentini 2009, pp. 147-149).

According to Born, the explanation has to be connected to the “reduction of the probability packet”. The effect of each vapor atom ionization in the chamber is described as follows:

As soon as such ionization is shown by the appearance of cloud droplets, in order to describe what happens afterwards one must reduce the wave packet in the immediate vicinity of the drops. One thus obtains a wave packet in the form of a ray, which corresponds to the corpuscular character of the phenomenon” (Bacciagaluppi, Valentini 2009).

According to this point of view, the interaction of the quantum system (the  $\alpha$ -particle) with a classical measurement apparatus (the atoms of the vapor) produces “reduction” of the spherical wave to a wave packet with definite position and momentum.

Heisenberg considered the cloud chamber problem in his lectures at the University of Chicago in 1929 (Heisenberg 1930). Through an exhaustive qualitative investigation of the problem made according to the standard interpretation of Quantum Mechanics, he reached the same conclusions as Born. For many years, his analysis of the phenomenon has been considered the most convincing and clear solution to the problem of the tracks in a cloud chamber by the majority of the Physics community.

In 1929 C.G. Darwin addressed a problem of collision between quantum particles, fully inside the framework of Wave Mechanics, with the aim to “take a problem which would be regarded at first sight as irreconcilable with a pure wave theory, but thoroughly typical of the behavior of particles, and show how in fact the correct result arises naturally from the consideration of waves alone” (Darwin 1929). He emphasizes that if a quantum particle in interaction with the large number of quantum particles making up a macroscopic environment (e.g. a measurement apparatus) is considered, one has to take into account that the wave function of the entire system is not a wave in ordinary three dimensional space but rather it is a function of the coordinates of all the particles.

According to this point of view, when addressing the problem of the evolution of an  $\alpha$ -particle in the cloud chamber, one should consider that the wave function  $\psi$  is a function of the coordinates of the  $\alpha$ -particle and of the coordinates of the atoms in the chamber. In particular, before the first collision, it is a product of the spherical wave for the  $\alpha$ -particle times a set of stationary (in general ground) states for the atoms. “But the first collision changes this product into a function in which the two types of coordinates are inextricably mixed, and every subsequent collision makes it worse” (Darwin 1929).

Such complicated function contains a phase factor and “without in the least seeing the details, it looks quite natural to expect that this phase factor will have some special character, such as vanishing, when the various co-ordinates satisfy a condition of collinearity” (Darwin 1929). He concludes: “So without pretending to have mastered the details, we can understand how it is possible that the  $\psi$  function, so to speak, not to know in what direction the track is to be, but yet to insist that it should be a straight line” (Darwin 1929).

#### 4. Mott’s paper

In his seminal paper of 1929, Mott concretely realized the program enunciated by Darwin. In the introduction, Mott recognizes to have been inspired by Darwin’s paper

in his attempt to explain the typical particle-like properties of an  $\alpha$ -particle in a cloud chamber using only Wave Mechanics. He admits that such a point of view seems at first sight counterintuitive, since “it is a little difficult to picture how it is that an outgoing spherical wave can produce a straight track; we think intuitively that it should ionize atoms at random throughout space” (Mott 1929). Like Heisenberg, Mott points out that the crucial point is to establish the frontier between the system under consideration and the measuring apparatus. He points out that there are two possible approaches: either one considers the  $\alpha$ -particle as the quantum system under consideration (and the gas of the chamber as the measuring device) or one chooses to investigate the quantum system consisting of the  $\alpha$ -particle and of the atoms of the gas. Mott proceeds toward a detailed analysis of the problem following closely the latter approach.

He claims that the intuitive difficulty mentioned above can be overcome since it arises from our erroneous “tendency to picture the wave as existing in ordinary three dimensional space, whereas we are really dealing with wave functions in multispace formed by the co-ordinates both of the  $\alpha$ -particle and of every atom in the Wilson chamber” (Mott 1929).

The model considered by Mott consists of the  $\alpha$ -particle, initially described by a spherical wave centered at the origin, and the electrons of two hydrogen atoms initially in their ground states. The main result of the paper can be summarized in the following statement: the two hydrogen atoms have negligible probability to be both excited unless the atoms and the radioactive source lie on the same straight line. The result, obtained only analyzing the Schrödinger dynamics of the entire system and without having any recourse to wave packet reduction, implies that only straight tracks have non zero probability to be observed in the cloud chamber camera.

From an historical point of view, it would be interesting to investigate the reasons why the line of research initiated by Mott was not further developed and remained almost neglected for many years. One reason could be the influence and the authority of the position expressed by Born and Heisenberg. The consequence has been to discourage the new approach to the problem, with the motivation that it was ineffectively more complicated without giving real advantages from the conceptual point of view.

The astonishing experimental progresses made in the last decades of previous century made possible a detailed examination of the classical/quantum border. Those progresses have fostered new theoretical investigations on the interaction between a quantum system and a quantum environment and on the quantum to classical transition. A general feature characterizing all these investigations is the attempt to avoid the use of any form of wave packet reduction.

**References**

- Bacciagaluppi G., Valentini A. (2009). *Quantum Theory at the Crossroads: Reconsidering the 1927 Solvay Conference*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Born M. (1926). “Zur Quantenmechanik der Stossvorgänge”. *Zeitschrift für Physik*, 37, pp. 863-867.
- Bohr N. (1928). “The quantum postulate and the recent development of atomic theory”. *Nature*, 121, pp. 580-590.
- Darwin C.G. (1929). “A collision problem in the wave mechanics”. *Proceedings of the Royal Society of London*, A 124, pp. 375-394.
- Dell’Antonio G.F., Figari R., Teta A. (2015). *Classical-Like Trajectories of a Quantum Particle in a Cloud Chamber*, in Blanchard Ph. and Frölich J. (eds.), *The Message of Quantum Science – Attempts Toward a Synthesis*. Heidelberg: Springer (Lecture Notes in Physics, n. 899).
- Figari R., Teta A. (2012). “Emergence of classical trajectories in quantum systems: the cloud chamber problem in the analysis of Mott (1929)”. *Archives for the History of Exact Sciences*, 67, pp. 215-234.
- Figari R., Teta A. (2014). *Quantum Dynamics of a Particle in a Tracking Chamber*. Heidelberg: Springer.
- Gamow G. (1928). “Zur Quantentheorie des Atomkernes”. *Zeitschrift für Physik*, 51, pp. 204-212.
- Heisenberg W. (1930). *The Physical Principles of the Quantum Theory*. Chicago: The University of Chicago Press.
- Heisenberg W. (1983). *Encounters with Einstein and Other Essays on People, Places, and Particles*. Princeton: Princeton University Press.
- Mott N. F. (1929). “The wave Mechanics of  $\alpha$ -Ray Tracks”. *Proceedings of the Royal Society of London*, A 126, pp. 79-84.
- Leone M., Robotti N. (2004). “A note on the Wilson cloud chamber (1912)”. *European Journal of Physics*, 25, pp. 781-791.
- Pippard B. (1998). “Sir Nevill Francis Mott, C.H. 30 September 1905-8 August 1996”. *Biographical Memoirs of the Fellows of the Royal Society*, 44, pp. 315-328.
- Von Neumann J. (1932). *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik*. Berlin: Springer.
- Wheeler J.A., Zurek W.H. (eds.) (1983). *Quantum Theory and Measurement*. Princeton: Princeton Legacy Library.



# Einstein's approach to Statistical Mechanics

Luca Peliti - Simons Center for Systems Biology, Institute for Advanced Study,  
Princeton NJ (USA) - luca@peliti.org

Raúl Rechtman - Instituto de Energías Renovables, Universidad Nacional  
Autónoma de México, Temixco, Morelos (México) - rrs@ier.unam.mx

*Abstract:* We summarize the papers published by Einstein in the *Annalen der Physik* in the years 1902-1904 on the derivation of the properties of thermal equilibrium on the basis of the mechanical equations of motion and of the calculus of probabilities. We point out the line of thought that led Einstein to an especially economical foundation of the discipline, and to focus on fluctuations of the energy as a possible tool for establishing the validity of this foundation. We also sketch a comparison of Einstein's approach with that of Gibbs, suggesting that although they obtained similar results, they had different motivations and interpreted them in very different ways.

*Keywords:* Foundations of statistical mechanics, ensemble theory, thermodynamics, fluctuations, Einstein.

## 1. Introduction

In June 1902, having just been accepted as Technical Assistant level III at the Federal Patent Office in Bern, Albert Einstein submitted to *Annalen der Physik* a manuscript entitled “Kinetic Theory of Thermal Equilibrium and of the Second Law of Thermodynamics” (Einstein 1902). It turned out to be the first of a series of papers on closely related subjects, one each year (Einstein 1903, 1904), acting almost as a prelude to his *annus mirabilis* production which revolutionized physics and soundly established Einstein's fame. In these papers, following the steps of Maxwell and Boltzmann, Einstein attempts “to derive the laws of thermal equilibrium and the second law of thermodynamics using only the equations of mechanics and the probability calculus”.<sup>1</sup>

In spite of their importance, the 1902-1904 papers have received comparatively little attention. One of the reasons was the publication in 1902 of Gibbs' treatise (1902). This book is considered, especially since the publication of the influential book by R.C. Tolman (1938), as the founding text of the discipline. Einstein himself contributed to the neglect of the 1902-1904 papers. In his scientific autobiography Einstein remarks in fact:

---

<sup>1</sup> Einstein's papers and their translations are available on the Princeton University Press site [PUP].

Not acquainted with the earlier investigations by Boltzmann and Gibbs, which had appeared earlier and actually exhausted the subject, I developed the statistical mechanics and molecular-kinetic theory of thermodynamics which was based on the former. My major aim in this was to find facts which would guarantee as much as possible the existence of atoms of definite size (Einstein 1949, p. 47).

The last sentence of this quotation highlights the different attitude of Einstein with respect to Gibbs. Einstein aims at using the statistical approach to establish the reality of atoms, while Gibbs aims at a rational foundation of thermodynamics, and consequently focuses on the regularities which emerge in systems with many degrees of freedom. This is exhibited by the different attitude of the two scientists with respect to the equation which relates the size of energy fluctuations with the specific heat: while Gibbs stresses that it intimates the non-observability of such fluctuations, Einstein immediately looks for a case in which they could become observable. He is thus led to consider black-body radiation as such a case. In pursuing this line of research Einstein found an unexpected result, that pointed at an inconsistency between the current understanding of the processes of light emission and absorption and the statistical approach. To resolve this inconsistency, in the first paper of his *annus mirabilis* (Einstein 1905), he renounced the detailed picture of light emission and absorption provided by Maxwell's equations, maintaining his statistical approach, in particular the statistical interpretation of entropy. He introduced therefore the concept of light quanta, presented as a "heuristic point of view".

## 2. The papers

### 2.1. The 1902-1903 papers

The first two papers (Einstein 1902, 1903) have a very similar structure. The second paper aims to widen the scope of the first, by attempting to consider "general" dynamical systems and irreversible processes. We shall follow the first paper, and we shall then briefly review the points in which the second paper differs. We adapt Einstein's discussion to modern notation.

Einstein begins by considering a general physical system as represented by a mechanical system with many coordinates  $q = (q_1, \dots, q_n)$  and the corresponding momenta  $p = (p_1, \dots, p_n)$ , obeying the canonical equations of motion with a time-independent Hamiltonian that is the sum of a potential energy (function of the  $q$ 's alone) and of a kinetic energy that is a quadratic function of the  $p$ 's, whose coefficients are arbitrary functions of the  $q$ 's (and is implicitly supposed to be positive definite). Following Gibbs, we shall call the  $p$ 's and  $q$ 's collectively as the phase variables, and the space they span the phase space. Einstein then considers a very large number  $N$  of such systems, with the same Hamiltonian, whose energies  $E$  lie between two very close

values  $\bar{E}$  and  $\bar{E} + \delta E$ . He then looks for the stationary distribution of these systems in phase space.

Here Einstein introduces a strong mechanical hypothesis by assuming that, apart from the energy, there is no other function defined on the phase space that is constant in time. He argues that this condition is equivalent to the requirement that the stationary distribution of the systems in phase space depends only on the value of the energy. He then shows that Liouville's theorem implies that the local density of systems in phase space is constant in time and therefore, by the mentioned hypothesis, must be a function of the energy alone. Since the energies of all  $N$  systems are infinitely close to one another, this density must be uniform on the region of phase space defined by the corresponding value of the Hamiltonian. In this way Einstein has defined what is now called the microcanonical ensemble.

To derive the canonical ensemble, Einstein considers the equilibrium between a system  $S$  and a system  $\Sigma$  considerably larger. By introducing a clever trick, he is able to show that if the energy of the total system  $S \cup \Sigma$  is fixed and equal to  $E_t$ , the probability that the system  $S$  is found in a small region  $g$  of its phase space in which its energy is equal to  $E$  is given by

$$P = \text{const. } e^{-\beta E} dp dq,$$

where  $dp dq = \prod_{i=1}^n dp_i dq_i$  is the phase-space volume of  $g$  and  $\beta$  is a positive quantity given by

$$\beta = \frac{\omega'(E_t)}{\omega(E_t)},$$

where  $\omega(E_t)$  is the volume of the phase space available to the larger system  $\Sigma$  when its energy lies between  $E_t$  and  $E_t + \delta E$ . This derivation is close to one which is most popular nowadays, but should be contrasted with Gibbs' approach, who introduces the canonical distribution axiomatically, as the simplest one which allows physically independent systems to be also statistically independent.

By applying these relations to the case of a system with quadratic Hamiltonian, Einstein then easily derives the equipartition theorem, which allows him to interpret the quantity  $\beta$  in terms of the absolute temperature:  $1/\beta = k_B T$ , where  $k_B$  is a universal constant (that we now call Boltzmann's constant). Having found the relation between  $\beta$  and the temperature, Einstein proceeds to the derivation of the second law of thermodynamics, which he here limits to the statement of the integrability of heat divided by the absolute temperature. He considers a system with externally applied forces. These forces are split into ones derived from a potential depending on the system's coordinates, and others that allow for heat transfer. The first ones are assumed to vary slowly with time, while the second ones change very rapidly. The infinitesimal heat  $\delta Q$  is defined as the work of the second type of forces. Then a reversible transformation is one in which the system is led from an equilibrium state with given

values of  $\beta$  and of the volume  $V$  to one with the values  $\beta + \delta\beta$  and  $V + \delta V$ . Here Einstein tacitly assumes that the time average of the relevant quantities in a slow transformation can be obtained by averaging the same quantity over the distribution of the  $N$  systems in phase space. He thus finds

$$\frac{\delta Q}{T} = d \left( \frac{\langle E \rangle - F}{T} \right),$$

where  $\langle E \rangle$  is the average total energy of the system, and  $F$  is a constant introduced so that the distribution  $P(p, q) = e^{-\beta E(p, q) - F}$  is normalized. Einstein remarks that this expression contains the total energy, and is independent of its splitting into kinetic and potential terms. One can readily integrate this expression, obtaining an explicit form of the entropy  $S$ :

$$S = \frac{\langle E \rangle - F}{T} = \frac{\langle E \rangle}{T} + k_B \log \int e^{-\beta E(p, q)} dpdq + \text{const.}$$

In the 1903 paper, Einstein reconsiders the problem within a more general framework of a dynamic system whose state is identified by a collection  $p$  of variables satisfying a system of first-order equations of motion, which allow for just one integral of motion. He even thinks that the conditions leading to Liouville's theorem are redundant (but he apparently realized his error soon after its publication). More importantly, he explicitly identifies the probability of finding the system in a region  $g$  as the limit for infinite time of the time fraction spent in the region. In the course of this derivation, Einstein more than once states without proof that the energy of a system described by a canonical distribution never differs markedly from its average, before and after the several steps of the process. Within this approach he is able to obtain a more transparent derivation of the expression of entropy (by considering a system undergoing a succession of adiabatic and isopycnic<sup>2</sup> infinitely slow transformations) and attempts to derive the non-decreasing property of the entropy in closed systems by relying on the assumption that "always more probable distributions will follow upon improbable ones" (Einstein 1903). This assumption makes his derivation less than satisfactory.

## 2.2. The 1904 paper

A change of pace is easily noticed already in the first lines of the 1904 paper, entitled "On the general molecular theory of heat". Here he refers to his previous papers, in which he had spoken of the "kinetic theory of heat" as laying the foundations of thermodynamics, by the less specific expression of "molecular theory of heat". The

---

<sup>2</sup> Following Boltzmann, Einstein calls "isopycnic" a process in which the system is allowed to exchange energy with a heat reservoir, while the parameters defining its Hamiltonian do not change.

paper contains several results worth mentioning, as announced at the end of the introduction:

First, I derive an expression for the entropy of a system, which is completely analogous to the expression found by Boltzmann for ideal gases and assumed by Planck in his theory of radiation. Then I give a simple derivation of the second law. After that I examine the meaning of a universal constant, which plays an important role in the general molecular theory of heat. I conclude with an application of the theory to black-body radiation, which yields a most interesting relationship between the above-mentioned universal constant, which is determined by the magnitudes of the elementary quanta of matter and electricity, and the order of magnitude of the radiation wave-lengths, without recourse to special hypotheses (Einstein 1904).

Our interest focuses on the last two points. Once Einstein establishes the equipartition theorem following pretty much his previous steps, he uses his available data to estimate the value of  $k_B$ . Then, under the title “General meaning of the constant  $\kappa$ ” he discusses the fluctuations of the energy in the canonical ensemble, deriving the relation between the specific heat and the amplitude of energy fluctuations as

$$\langle E^2 \rangle - \langle E \rangle^2 = k_B T^2 \frac{d\langle E \rangle}{dT}.$$

Gibbs had obtained the same expression in (Gibbs 1902, eq. (205), p. 72), but had almost immediately pointed out that these fluctuations were not observable. Characteristically, Einstein instead goes over immediately to look for a system in which these fluctuations could be observed and he finds that the blackbody radiation could provide such a system. It is worth quoting his reasoning:

If the linear dimensions of a space filled with temperature radiation are very large in comparison with the wavelength corresponding to the maximum energy of the radiation at the temperature in question, then the mean energy fluctuation will obviously be very small in comparison with the mean radiation energy of that space. In contrast, if the radiation space is of the same order of magnitude as that wavelength, then the energy fluctuation will be of the same order of magnitude as the energy of the radiation of the radiation space (Einstein 1904).

Einstein can thus evaluate the size of the energy fluctuations from the relation above and from the Stefan-Boltzmann law, and obtains an estimate of the size  $\lambda$  of a cavity in which the root-mean-square of the energy fluctuation is comparable with the total energy. This quantity compares well with the wavelength  $\lambda_{\max}$  corresponding to the peak of Planck’s radiation law. His attention is thus drawn to a more detailed study of the black-body radiation problem. However, in the following months, trying to explicitly apply his theory to that system, he will encounter a paradox, which he will brilliantly overcome by renouncing the classical picture of the emission and absorption of light, based on Maxwell’s equations, and by introducing the concept of the light quanta (Einstein 1905).

The importance of this development has been stressed by Kuhn (1978, p. 171), when he states that

What brought Einstein to the blackbody problem in 1904 and to Planck in 1906 was the coherent development of a research program begun in 1902, a program so nearly independent of Planck's that it would almost certainly have led to the blackbody law even if Planck had never lived.

### 3. Einstein vs. Gibbs

One usually takes for granted that the research projects pursued by Einstein in these three papers, and by Gibbs in his book (Gibbs 1902) were equivalent, and that the more mathematically refined argumentation contained in the latter made Einstein's approach redundant. A closer scrutiny shows however fundamental differences in their approaches, and makes Einstein's approach more attractive to present-day physicists. Gibbs program focuses in understanding the properties of *ensembles* of mechanical systems, i.e., of systems whose dynamical equations are given, but whose initial conditions are only given in a probability distribution. He gives this discipline the name of "statistical mechanics". He stresses that its relevance goes beyond establishing a foundation of thermodynamics:

But although, as a matter of history, statistical mechanics owes its origin to investigations in thermodynamics, it seems eminently worthy of an independent development, both on account of the elegance and simplicity of its principles, and because it yields new results and places old truths in a new light in departments quite outside of thermodynamics. (Gibbs 1902, Preface, p. viii)

On the other hand, according to Gibbs, our ignorance of the basic constitution of material bodies make unreliable our inferences based on supposed models of matter, even when derived by the methods of statistical mechanics:

In the present state of science, it seems hardly possible to frame a dynamic theory of molecular action which shall embrace the phenomena of thermodynamics, of radiation, and of the electrical manifestations which accompany the union of atoms. [...] Difficulties of this kind have deterred the author from attempting to explain the mysteries of nature, and have forced him to be contented with the more modest aim of deducing some of the more obvious propositions relating to the statistical branch of mechanics. Here, there can be no mistake in regard to the agreement of the hypotheses with the facts of nature, for nothing is assumed in that respect. The only error into which one can fall, is the want of agreement between the premises and the conclusions, and this, with care, one may hope, in the main, to avoid. (Gibbs 1902, Preface, pp. ix-x)

In Gibbs' approach, the probability distribution is a *datum* of the problem, while in Einstein's one it is one of the unknowns. The greatest difference is that Gibbs starts

from the equal a priori probability postulate, while for Einstein what is important is to evaluate time averages and these are replaced by phase space averages through an ergodic hypothesis. Thus Gibbs is allowed to introduce the canonical distribution *a priori*, as an especially simple one, endowed with interesting properties, in particular because it factorizes when one considers the collection of two or more mechanically independent systems (Gibbs 1902, p. 33). On the contrary, for Einstein, the canonical distribution is the distribution which describes the mechanical state of a system in contact with a thermal reservoir at a given temperature, while the “simplest” distribution is rather the microcanonical, which represents the state of an isolated system at equilibrium. And the former is derived from the latter.

Even more strikingly, in Einstein’s hands, deviations from the expected behavior become a tool for the investigation of the microscopic dynamics. This difference in attitude was already highlighted above, in the discussion of energy fluctuations, but the clearest example is the 1905 paper on light emission and absorption (Einstein 1905), where he brackets the contemporary models of light absorption and propagation, but maintains the statistical interpretation of entropy. He then evaluates the radiation entropy from the empirical distribution law and interprets it in terms of the statistical approach as describing the coexistence of point-like particles in a given volume.

#### 4. Summary

We presented Einstein’s approach to statistical mechanics in contrast to the one taken by Gibbs. The results are equivalent since both are based on Boltzmann’s contributions. Gibbs’ starting point is the equal a priori probability hypothesis in phase space that leads to the microcanonical probability density for an ensemble. Einstein, on the other hand, starts by stating that what is important is the evaluation of time averages of appropriate quantities. These can be replaced by averages of the same quantities over an unknown density function over the phase space, with the help of an ergodic hypothesis. Einstein introduces the assumption that the energy is the only conserved quantity to play the role of the ergodic hypothesis. Using this assumption and Liouville’s theorem, Einstein shows that the unknown density function mentioned before must be constant on the energy shell, that is it must be the microcanonical distribution. From there, the interpretation of the canonical distribution is different: for Gibbs, it is the simplest distribution, in which physically independent systems are also statistically independent, while for Einstein it is the distribution which describes the state of a system in contact with a reservoir. Thus the index of the canonical distribution (as defined by Gibbs) is “analogous” to the temperature for Gibbs, but can be “identified” with the temperature for Einstein. It is also interesting to remark that in several points Einstein states (without proof) that the distribution of energy values in the canonical ensemble is sharply peaked, and deduces from this some dubious inequalities for the probability density itself. Only in the 1904 paper he explicitly evaluates the size of fluctuations, obtaining a result already derived by Gibbs. But, while Gibbs had stressed the non-observability of energy fluctuations in macroscopic

systems (thus contributing to the “rational foundation of thermodynamics”), Einstein points at the use of fluctuations as a tool for investigating microscopic dynamics.

What interest can a present-day reader find in Einstein’s 1902-1904 papers? We think that they sketch a very neat road map for the introduction of the basic concepts of statistical mechanics, focusing on their heuristic value. One first focuses on isolated systems and identifies the microcanonical ensemble as the equilibrium distribution by means of the thermal equilibrium principle. For this step, Einstein’s reasoning given above, based on the postulate of the absence of integrals of motion beyond the energy, is excellent. Then, one looks at a small part of such an isolated system, and one shows that the corresponding distribution is the canonical one. Finally, one identifies the mechanical expressions of temperature, infinitesimal heat and, by integration, of entropy. All these steps can be tersely traced by following, more or less closely, Einstein’s path. At this point, the focus can be shifted to the evaluation of fluctuations, which allow on the one hand to recover the equivalence of ensembles for large enough systems and, by the same token, to identify situations in which the underlying molecular reality shows up in the behavior of macroscopic systems (like, e.g., in Brownian motion). This road map has been more or less followed by several modern textbooks on statistical mechanics, but we think that it would be fair to stress that it had first been sketched in the papers we described.

A more detailed version of this contribution is being published on *Journal of Statistical Physics* (Peliti, Rechtman 2016).

## References

- Gibbs J.W. (1902). *Elementary Principles in Statistical Mechanics, developed with special reference to the rational foundation of thermodynamics*. New York: Charles Scribner’s Sons.
- Einstein A. (1902). “Kinetische Theorie der Wärme Gleichgewichtes und des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik”. *Annalen der Physik*, 9, pp. 417-433.
- Einstein A. (1903). “Eine Theorie der Grundlagen der Thermodynamik”. *Annalen der Physik*, 11, pp. 170-187.
- Einstein A. (1904). “Zur allgemeinen molekularen Theorie der Wärme”. *Annalen der Physik*, 14, pp. 354-362.
- Einstein A. (1905). “Über einen der Erzeugung und Verhandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt”. *Annalen der Physik*, 17, pp. 132-148.
- Einstein A. (1949). *Autobiographical Notes*, in Schilpp P.A. (ed.), *Albert Einstein: Philosopher-Scientist*. New York: Library of Living Philosophers.
- Kuhn T.S. (1978). *Black-Body Theory and the Quantum Discontinuity*. Oxford: Oxford University Press.
- Peliti L., Rechtman R. (2016). “Einstein’s Approach to Statistical Mechanics: The 1902-04 Papers”. *Journal of Statistical Physics*. DOI: 10.1007/s10955-016-1615-8. [PUP]. URL: <<http://einsteinpapers.press.princeton.edu>> [access date: 12/29/2016].
- Tolman R.C. (1938). *The Principles of Statistical Mechanics*. Oxford: Clarendon Press.

## **Federigo Enriques between popularization and scientific criticism**

Arcangelo Rossi - Dipartimento di Matematica e Fisica “Ennio De Giorgi”,  
Università del Salento, Lecce, Italy - arcangelo.rossi@unisalento.it

*Abstract:* The voices of mathematics, physics and history of science written by Federigo Enriques (1871-1946) for the *Enciclopedia Italiana*, fully reflect the dynamical and creative character of other writings published by him in Italy and France in the same years. These voices point out the institutional and pedagogical character of those writings, always cultivated by him during his prolonged scientific and civil engagement. Enriques, animated by a precocious “philosophical lyceum infection”, added at least two other elements besides the institutional and popularization ones by pointing to the development of a basic scientific culture and to the promotion of a wider and deeper historical memory.

*Keywords:* Federigo Enriques, *Enciclopedia Italiana*, popularization and scientific culture in Italy in the early '900.

### **1. The contribution of Federigo Enriques to the *Enciclopedia Italiana***

Federigo Enriques (1871-1946) was director in the 1930s of the entire mathematical section of the *Enciclopedia Italiana* and wrote several voices for it, not only of mathematics but also of physics and history of science.<sup>1</sup> These contributions reflect the dynamical and creative character of other writings published by him in Italy and France in the same years (Enriques 2004). In fact, Enriques's voices point out the institutional and pedagogical character of those writings, always cultivated by him during his prolonged scientific and civil engagement.

To be true, Enriques, who was animated since his early youth by a precocious “philosophical lyceum infection” (Enriques 1958, p. 6), at least added two other elements, besides the institutional and popularization ones, by pointing to the development of a basic (if not mass) scientific culture and to the promotion of a wider and deeper historical memory. Actually, he was supporter of a new attention to the foundations of sciences, and in particular of physics, by deepening as much as possible their main disciplinary elements and notions, and acquiring their most stable aspects, though anyway historically reviewable, as scientifically approximated to a more and more compulsory scientific truth. In fact, one of the main Enriques's aims was developing the critique of principles, which implied a conceptual deepening of the

---

<sup>1</sup> During his direction Enriques wrote more than thirty voices.

meaning of mathematical and physical knowledge relatively to the role, range and comprehensibility of mathematical and physical principles and applications. Mainly as a consequence of Enriques's incitements, such critical treatment of mathematical and physical concepts, not limited to peculiar applications but enlarged to the most general ones, became teaching subjects in Italian high schools and universities, to be integrated with more specialized and detailed aspects.

Of particular importance is the voice *Meccanicismo* (Enriques 1934, pp. 663-666), central in the *Enciclopedia* to explain scientific theories as only a consequence of mechanical laws. Significantly, this crucial issue has been critically reconsidered and further developed by G. Israel (1945-2015), eminent mathematician and historian of science, author of the voice *Enriques* (Israel 1993) for the *Dizionario Biografico degli Italiani*, in his last volume (Israel 2015), a sort of intellectual testament. On the other hand, many of Enriques's voices of mathematics, physics and history of science though concerning scientific research subjects, also put in evidence biographic details of more limited amplitude. In fact, his popularization attitude showed itself in the effort of clarifying as more as possible, also in terms of historical placing, the contribution of the scientist biographed, according to his historical and scientific importance.

Therefore, the planning impressed by Enriques before in the volumes of the *Enciclopedia* and, afterwards, limited to Italian scientists, in the *Dizionario Biografico degli Italiani* (at least partially inspired by him), underlined the importance of the scientists biographed in the history of scientific thought and of their possible historical success. In particular, the voice *Castelnuovo* (Enriques 1931, pp. 364-365), discussing the contributions of the illustrious mathematician Guido Castelnuovo (1865-1962), shows the opening to mathematical-physics and realism, which marks the critical epistemology of conventionalism, typical of the Italian algebraic geometry.

Anyway, the function of Enriques's *Enciclopedia* was left in promoting a widespread scientific culture overcoming mere erudition and uncritical popularization through history and philosophy of science. This approach, tending to realize the encyclopedic reflection through the critical epistemology (Enriques 1958), arrived at full maturity in the '30s of the XX century, with Enriques active both in Italy and in France. Actually, Enriques's approach required the development of a historiographical engagement largely dedicated to the study of naturalistic philosophy (not for chance Enriques's voice *Parmenide e la geometria* (Enriques 1935, p. 392) is largely developed as primary expression of the inseparable birth of philosophy and science, enriched by the contribution of the historiographical work steered by the deepest historical-critical enquiry).

Enriques's thirty years of epistemological reflection on the structure of science, combined with his deep historiographical work, effectively contributed in both knowable and didactic forms to create a scientific base (if not of mass) culture through the concrete use of the history and not only of deep epistemological reflections. In this process of formation of a basic scientific culture, the elaboration of the encyclopedic voices availed of such historical-epistemological system, which contributed to their writing. Thus, the function and width of these voices reflect the elaboration of a national culture in terms of science, philosophy and history by pointing out the

universalistic push to such integration in the years of the *Enciclopedia*. This trend to integration, is particularly evident in Enriques's work *The meaning of the history of scientific thought*, a text initially written in French and soon translated into Italian, which shows the strong reciprocal call between historicism and epistemology.

Nonetheless, O. Pompeo Faracovi underlines in the last of her highly clarifying volumes on Enriques (Pompeo Faracovi 2014) that such fundamental contribution was not appreciated then as it deserved, due to the historical hegemony in Italian science and philosophy of idealistic philosophy and of pragmatist and empiricist science, respectively, contrary to Enriques's orientations.

## 2. Conclusions

Anyway, Enriques's epistemological reflections on the structure of science combined with his deep historiographical work contributed to the development of a scientific basic culture. In particular, Enriques's work for the *Enciclopedia Italiana* gave a significant contribution in terms of scientific popularization and epistemological criticism by promoting a more widespread and deeper scientific culture.

## References

- Castellana M. (2014). *Federigo Enriques e la volontà del vero*, in Castellana M., Pompeo Faracovi O. (eds.), *Filosofie scientifiche vecchie e nuove*: Brescia-Lecce: Pensa.
- D'Agostino S., Rossi A. (2001). *Enrico Fermi e l'Enciclopedia Italiana*. Roma: Treccani.
- Enriques F. (1931). *Castelnuovo, Guido*, in *Enciclopedia Italiana*, vol. IX. Roma: Treccani.
- Enriques F. (1934). *Meccanicismo*, in *Enciclopedia Italiana*, vol. XXII. Roma: Treccani.
- Enriques F. (1935). *Parmenide e la geometria*, in *Enciclopedia Italiana*, vol. XXVI. Roma: Treccani.
- Enriques F. (1958). *Natura, ragione e storia. Antologia di scritti filosofici*, in Lombardo-Radice L. (ed.), *Antologia di scritti filosofici*. Torino: Einaudi.
- Enriques F. (2000). *Per la scienza*, in Simili R. (ed.), *Scritti editi e inediti*. Napoli: Bibliopolis.
- Enriques F. (2004). *Il significato della storia del pensiero scientifico*, in Castellana M., Rossi A. (eds.), *Scritti di Antiseri D. e altri*. Manduria: Barbieri.
- Israel G. (1993). *Enriques, Federigo*, in *Dizionario Biografico degli Italiani*, vol. 42. Roma: Treccani.
- Israel G. (2015). *Meccanicismo. Trionfi e miserie della visione meccanica del mondo*. Bologna: Zanichelli.
- Pompeo Faracovi O. (2014). *La ragione solitaria. Aspetti della filosofia scientifica di Federigo Enriques*. Lugano: Agorà.
- Rossi A. (2000). *Le scienze nell'Enciclopedia Italiana*, in Casella A., Ferraresi A., Giuliani G. (eds.), *Una difficile modernità*. Pavia: La Goliardica Pavese.



## SCIENTIFIC INSTRUMENTS IN CONTEXT



## **“Fisica e Metafisica?”: science at the time of De Chirico and Carrà**

Susanna Bertelli - Dipartimento di Fisica e Scienze della Terra, Università degli studi di Ferrara - susanna.bertelli@unife.it

Paolo Lenisa - Dipartimento di Fisica e Scienze della Terra, Università degli studi di Ferrara - paolo.lenisa@unife.it

Grazia Zini - formerly at the Dipartimento di Fisica e Scienze della Terra, Università degli studi di Ferrara - zini@fe.infn.it

*Abstract:* The evolution of Physics between the second half of the XIX century and the beginning of the XX century is presented by coupling art and science, in the framework of the city of Ferrara. The main characters are Giuseppe Bongiovanni, Professor of Experimental Physics and Giorgio De Chirico, artist founder of the Metaphysical art movement.

*Keywords:* Art and science, measurements, meteorology, electromagnetism, astronomy, medical physics, modern physics.

### **1. “Fisica e Metafisica?”**

#### ***1.1. The science filter applied to the Metaphysical art***

*Fisica e Metafisica?* is the title of a temporary scientific exhibition dedicated to the historical instruments, scientists and discoveries that led to the birth of Modern Physics. This event was held in Ferrara between 2015 and 2016 [Fisica e Metafisica]. The event was organized by the Department of Physics and Earth Sciences, the University Museum System of the University of Ferrara and the National Institute for Nuclear Physics (INFN). The instruments exposed in the exhibition belong to the *Historical Physics Instruments Collection* [CISFIS],<sup>1</sup> which is a section of the University Museum System cited above, that houses part of the physics instruments used by professors of Physics of the Ferrara University over two centuries.

This event took place in conjunction with the art exhibition *De Chirico a Ferrara, Metafisica e avanguardie* [De Chirico a Ferrara] devoted to the Metaphysical current, which developed in Ferrara during the years of the World War I. The interaction point of these two events is the friendship between Giuseppe Bongiovanni, Professor of Experimental Physics at the University of Ferrara and Giorgio De Chirico, founder of the Metaphysical art movement.

---

<sup>1</sup> *Collezione Instrumentaria delle Scienze Fisiche*, Section of the University Museum System of Ferrara.

The title *Fisica and Metafisica?* refers to the presence of intriguing elements in the Metaphysical masterpieces. Some of these paintings, in fact, contain components that are clearly scientific instruments and some others show elements that, when seen by the eye of a physicist, recall devices used in a Physics laboratory. Such “science filter” allowed the authors of this article to find strong correspondence between the images and the instruments of the *CISFIS* Collection that were present in the Physics Cabinet of the University at the time of the direction of Professor Bongiovanni (Bongiovanni 1898; 1900; Bottoni 1892; Caracciolo, Zini 2009). He met Giorgio De Chirico and the group of artists and intellectuals that formed in Ferrara between 1915 and 1918, including Alberto Savinio (brother of De Chirico), Filippo De Pisis, Corrado Govoni, Giuseppe Ravagnani and Carlo Carrà. They referred to Bongiovanni as *the astronomer* and the Professor introduced them to the Physics he was studying, since Bongiovanni himself and some of the instruments he used for research are mentioned in several works of the prose and poetry of Savinio,<sup>2</sup> De Chirico and De Pisis.<sup>3</sup>

The *Fisica and Metafisica?* exhibition was therefore realized using these “presences” in the metaphysical pictures as a starting point to describe the development of Modern Physics in chosen sections: measurements and prototypes of measurements, meteorology, electromagnetism, astronomy and medical physics. Each section was matched with metaphysical paintings (authorized reproductions) and archive documents that testify the development of Physics in Ferrara.

After a brief presentation of Giuseppe Bongiovanni and Giorgio De Chirico, the sections and the related instruments of the exhibition are here described.

### **1.2. Giuseppe Bongiovanni and the Experimental Science**

Giuseppe Bongiovanni (Lugo di Romagna, 1851-Siena, 1918) was a scientist well known in the national and international scientific environment (Graziani 2000). The research fields he was involved in were different, including mechanics, meteorology, electromagnetism, astronomy; he was among the founders of the most important scientific societies and academies in Italy and in Europe.<sup>4</sup> He took the degree in Mathematics and Physical Sciences in 1873, in Pisa, and, in 1877-1884, he was Professor of Experimental Physics at the “Regio Liceo” of Ferrara and at the Ferrara University. He was the Director of the Physics Cabinet and the Meteorological and Seismic Observatory located in *Palazzo Paradiso*, the University headquarters. In 1896, the Observatory was moved to the Este Castle in the tower of Santa Caterina. Bongiovanni obtained many instruments from the Central Meteorological Office of Rome, and he invented and renewed few of them, keeping the research in Physics at the

<sup>2</sup> Alberto Savinio mentions Bongiovanni in the lyrics of *Hermaphrodito* (Savinio 1918).

<sup>3</sup> Filippo De Pisis mentions Bongiovanni in the text *I Predestinati* that is included in *Confessioni* (De Pisis 1996).

<sup>4</sup> Bongiovanni was member of the Medical and Natural Sciences Academy of Ferrara, the French Astronomical Society and the Italian Astronomical Society; he was one of the founders of the Italian Physical Society and of the Italian Seismological Society.

leading edge. The height of the Observatory's splendor was during his direction. He wrote forty papers ranging from mechanics to electromagnetism.

### **1.3. Giorgio De Chirico in Ferrara, the “Metaphysical town”**

Giorgio De Chirico (Volos, 1888-Rome, 1978) was the founder of the Metaphysical art. In 1915, he and his brother, Savinio, were enlisted into the Italian army to fight in World War I and stationed at Ferrara. In this city he found himself “assailed by revelations and inspirations”. Due to nervous disorders [Fondazione De Chirico], De Chirico and Carrà were admitted into the military hospital *Villa del seminario*, where they continued painting thanks to the Director, Gaetano Boschi (1918), who assigned the artists a room as a studio, where they could work, and through their exchanges Metaphysical art, *Pittura metafisica*, was born. The binomial Art-and-Science is employed by De Chirico when he defines the Metaphysical abstraction using X-rays claiming that:

Deducendo si può concludere che ogni cosa abbia due aspetti: uno quello corrente che vediamo quasi sempre, e che vedono gli uomini in generale, l'altro lo spettrale o metafisico che non possono vedere che rari individui in certi momenti di chiaroveggenza e di astrazione metafisica, così come certi corpi occultati da materia impenetrabile ai raggi solari non possono apparire che sotto la potenza di luci artificiali quali sarebbero i raggi X, per esempio (De Chirico 1919).

## **2. The sections of the exhibition**

In this section, the areas of the *Fisica e Metafisica?* exhibition are illustrated, presenting the metaphysical paintings matched to the sections and the instruments showed.

### **2.1. Measurements and prototypes of measurements**

This section is introduced by a painting of Carrà named *The enchanted chamber* (1917). In this painting there is a small weight and a picture that recalls a sextant, an instrument to measure the angle between two objects. Leading from this painting, a section of the exhibition has been dedicated to the definition of measurement, the units of measurements and a brief timeline on the history of measurements, starting from the anthropomorphic units to the International System of Units. This section housed prototypes of the litre, a *libbra metrica campione*, a metre, and a half-metre converter ruler made by Pietro Torquato Tasso, an artisan of Ferrara. This instrument testifies the introduction of the metric system in Italy (1811). In each of its faces there are different systems of unit: *piede di Parigi, piede di Ferrara, due palmi romani, quarto di canna*

*di mercante romana, quarto d'auna di Parigi, quarto d'auna di Londra*, according to the large variety of system of length units used (even in the same city) before the metric system was implemented.



**Fig. 1.** Left: a copy of *The enchanted chamber* by Carrà and the related instruments showed for the *Measurements and prototypes of measurements* section. Center and right: *the libbra metrica campione* is displayed

## 2.2. Meteorology

The section *Meteorology* is coupled with two pictures by De Chirico: *The Amusements of a Young Girl* (1915) and *The dream of Tobias* (1917) (Fig. 2). In the first one, De Chirico painted a detail of the Este Castle where the tower of Santa Caterina is present. This tower was the location of the Observatory directed by Bongiovanni. In the second painting, one can notice a thermometer represented in the middle. Starting from these elements, the evolution of Meteorology in Europe and in Italy during the XIX century is described through the instruments that Bongiovanni and his predecessor, Curzio Buzzetti (1815-1877), used to equip the Observatory (Caracciolo, Zini 2009). The instruments showed during the exhibition were: an *eliofanometro*, a mercury thermometer and a maximum/minimum thermometer, a Fortin mercury barometer, condensation hygrometers<sup>5</sup> (by Brassart<sup>6</sup> and Golaz) and a *psychrometer*.<sup>7</sup> Bongiovanni realized a study of the climate of Ferrara, based on several years of measurements (Bongiovanni 1900) and followed by annual reports up to 1911. When he became the Director of the Observatory, Ferrara already had a great tradition in the field of Meteorology. He continued the research of Buzzetti inheriting the instruments existing in the Physics Cabinet. He optimized some of them and he also construct new ones obtaining several awards for these works. He recorded data four times a day (Bongiovanni 1900, p. 13) and sent them periodically to the Office of Meteorology in Rome. He organized a network of

<sup>5</sup> Used to measure the relative humidity of air.

<sup>6</sup> The Brassarts Brothers designed and built several instruments for the Central Office of Meteorology in Rome [Osservatorio Astronomico Palermo].

<sup>7</sup> Device consisting in two thermometers, one wet and the other dry, measuring humidity.

eight observatories in the territory of Ferrara. Bongiovanni describes the use of the *eliofanometro* to measure the hours of sun during a day. This device acts as a lens that converges the impinging sunlight in a spot that leaves a burned track on a designed paper:

Insolazione – 1. Instrumento, esposizione e modo di osservazione

La misura del tempo durante cui il sole ogni giorno resta scoperto dalle nubi è stata cominciata nel 1889 con un eliofanometro avuto in dono dal R. Ufficio centrale di Meteorologia. [...] Il cartoncino non comincia ad essere bruciato la mattina che quando il sole ha raggiunto una certa all'altezza sull'orizzonte, e la sera cessa di essere bruciato prima che il sole arrivi all'orizzonte, in causa del grande assorbimento della radiazione solare per opera dei vapori atmosferici, della nebbia e della caligine (Bongiovanni 1900, pp. 79-82).



**Fig. 2.** From left to right: a detail of *The Dream of Tobias* showing a thermometer; an *eliofanometro*; an hygrometer; a thermometer

### 2.3. Electromagnetism

*The Jewish Angel* (1916) by De Chirico is the painting that introduces the section devoted to electromagnetism. The connection between metaphysical art and science is given by an instrument in the lower part of the painting that recalls a voltmeter (Fig. 3). The progress in electricity and magnetism from the first electrostatic machines to the main applications of electromagnetism are described through these instruments of the collection: a Wimshurst machine, an *electric egg*, a Ruhmkorff coil, a *spherical capacitor*, a voltmeter, a Melloni apparatus, a model of a thermopile, a *Marconi radio-telegraph*. The spherical capacitor was used by Bongiovanni to study the electrical insulators as described in one of his articles (Bongiovanni, 1898-1899). The Marconi radio-telegraph was used by Bongiovanni to send the recorded meteorological data to Rome. Bongiovanni dedicated several papers to electromagnetism, such as *L'elettricità e la teoria elettromagnetica della luce* (1890), *Elettrologia* (1893), *Magnetismo* (1895), *I progressi della telegrafia senza fili* (1904). The Melloni apparatus was used to study the properties of the thermal radiation (*calore raggiate*). The equipment includes

many items and also a thermopile, i.e. a device used to convert thermal energy into electrical energy. The wood model of the thermopile is signed by Bongiovanni.



**Fig. 3.** From left to right: a detail of the painting *The Jewish Angel*; the voltmeter matched to this painting; a Marconi radio-telegraph

#### 2.4. Astronomy

The section dedicated to Astronomy is introduced by the painting *The Philosopher and the poet* (1916). In this painting within the painting, celestial bodies are represented. In this section a timeline of Astronomy is depicted through the following instruments: drawing compasses, lenses for a telescope, a star pointer, a *cannocchiale*, a tellurium (by S. Zavaglia, 1855). The telescope used by Bongiovanni is no longer present in the CISFIS Collection, just the lenses<sup>8</sup> are still present. Giorgio De Chirico (1916) refers to this telescope in the poetry *La notte misteriosa* dedicated to the astronomer Bongiovanni. The tellurium shows the relative motions of the Earth, Sun and Moon and it is used to explain astronomical phenomena like alternation of day and night, the changes of the seasons, the lunar phases and the eclipses. This model was made by Sebastiano Zavaglia (Molinella, 1824-Bologna, 1876) and he entitled it *Motion of the Earth and the Moon around the Sun according to the system of Copernicus, 1855, N. 1.*



**Fig. 4.** From left to right: a detail of *The Philosopher and the poet* by De Chirico; instruments displayed; a tellurium

<sup>8</sup> One element is a Petzval lens (see Fig. 4 middle, the first object placed vertically).



**Fig. 5.** Carrà picture matched to the instruments related to X-rays: a Ruhmkorff coil (close to the detail of the picture that recalls it) and the X-rays tube

#### 2.4. Medical Physics

The painting *Mother and Son* (1917) by Carrà is matched with this section, in which a timeline of Medical Physics is described from the application of electricity to health care to the discovery of X-rays in medicine. The connection to the Metaphysical art is given by a spool in the painting that recalls a Ruhmkorff coil used to power the X-rays tubes. The instruments showed in this section are a Clarke's machine, Matteucci's spiral plates, a Ruhmkorff coil, a X-rays tube, a Crookes tube, a cryptoscope.

The Clarke's machine is one of example of using electricity for health care to cure nervous diseases and for electrotherapy, whereas the Matteucci's spiral plates were used for the magnetotherapy. The discovery of X-rays by Roentgen is illustrated by showing the X-rays tubes of the Physics Cabinet of Ferrara. As reported by a journal of 1920 in an article by Brunè referring to Bongiovanni:

Così ha riprodotto le interessanti esperienze sui raggi X pochi giorni dopo l'annuncio della scoperta e giovandosi di alcuni tubi Crookes esistenti in gabinetto, Soltanto un mese dopo la scoperta, ha potuto ottenere una prova radiografica (Brunè 1920).

### 3. Conclusion

The scientific exhibition *Fisica e Metafisica?* was an opportunity to display historical instruments present in the Physics Cabinet of the University of Ferrara at the beginning of XX century and to chronicle the main discoveries that led to the birth of Modern Physics, coupling Art-and-Science and the history of Ferrara.

## References

- Bongiovanni G. (1898). "Sui condensatori sferici in cascata", *Atti della Accademia delle Scienze Mediche e Naturali in Ferrara*, LXXIII, pp. 273-296.
- Bongiovanni G. (1900). *Risultati decadici, mensili e annui delle osservazioni fatte nel dodicennio 1884-95, con note sul clima di Ferrara e confronti con quello di altre Città*. Ferrara: Giovanni Zuffi.
- Boschi G. (1918). *Un ospedale speciale per malati nervosi: L'ospedale Militare Neurologico Villa del Seminario presso Ferrara*. Ferrara: Tipografia Ferrariola.
- Bottoni A. (1892). *Cinque secoli d'Università a Ferrara MCCCXCI-MDCCCXCI*. Bologna: Zamorani e Albertazzi.
- Brunè E. (1920). "Commemorazione del prof. G. Bongiovanni". *Gazzetta Ferrarese*, 18 March.
- Caracciolo C., Zini G. (2009). *La Meteorologia a Ferrara dal XVIII al XX secolo*, in *Museologia Scientifica e Naturalistica*, vol. 5. Ferrara: Università di Ferrara.
- De Chirico G. (1916). "La notte misteriosa". *Noi: raccolta internazionale d'arte d'avanguardia*, Gennaio, p. 17.
- De Chirico G. (1919). "Sulla pittura metafisica". *Valori plastici*, I, aprile-maggio.
- De Pisis F. (1996). *Confessioni*. Firenze: Le lettere.
- Graziani Bottoni M. (2000). "Perché lei deve essere così letterato? Profilo di Giuseppe Bongiovanni - Professore di Fisica del Liceo Ginnasio Ariosto dal 1877 al 1917". *Quaderni del Liceo Classico "L. Ariosto" di Ferrara*, 7, pp. 14-27.
- Savinio A. (1918). *Hermaphrodito*. Firenze: Libreria della Voce.
- Zini G. (2004). "La Fisica Sperimentale e il Gabinetto di Fisica dell'Ateneo Ferrarese tra la fine del secolo XVIII e l'inizio del XX". *Annali di Storia delle Università Italiane*, 8, pp. 159-187.

## Webliography

- [Fisica e Metafisica]. URL: <[www.fe.infn.it/fisicaemetafisica](http://www.fe.infn.it/fisicaemetafisica)> [access date: 30/04/2017].
- [CISFIS]. URL: <[www.cisfis.unife.it](http://www.cisfis.unife.it)> [access date: 30/04/2017].
- [De Chirico a Ferrara]. URL: <[www.palazzodiamanti.it/1439](http://www.palazzodiamanti.it/1439)> [access date: 30/04/2017].
- [Fondazione De Chirico]. URL: <<http://www.fondazionedechirico.org/biografia/?lang=en>> [access date: 30/04/2017].

# From the Physics Cabinet to the Physics Museum of the University of Modena and Reggio Emilia

Elena Corradini - Dipartimento di Ingegneria "Enzo Ferrari", Università di Modena e Reggio Emilia - elena.corradini@unimore.it

*Abstract:* The interest in scientific studies in Modena, since the XVII century, with particular reference to Physics studying and teaching, led to the formation of Cabinet of Experimental Physics at the *Studio Pubblico di San Carlo* thanks to the work of Mariano Moreni (1732-1801). He gave his own instruments to the just forming Physics Museum of the University, which was set up in the new *Palazzo dell'Università* (built after 1773 as a result of the reform promulgated Francesco III). The instruments of the Physics Museum appreciably increased in number due to the work of Giambattista Venturi (1746-1821) and, in 1796, were transferred to the *Accademia Aretina di Belle Arti* as a consequence of the arrival of French troops in Modena. They come back later to the *Palazzo dell'Università* in 1810, under the direction of Giuseppe Bianchi (1791-1866), who set up the Physics Museum in three rooms of its *piano nobile*. In 1888 the director of the Museum and of the Observatory, Ciro Chistoni (1852-1927), gave a considerable number of instruments to the *Museo Civico*, which still houses a part of them. A project is currently undergoing for the full recovery of those physics instruments, which also implements the available computer technologies.

*Keywords:* Physics Museum, Cabinet of Experimental Physics, scientific instruments, Observatory, Metrology Cabinet.

## 1. L'interesse per gli studi scientifici a Modena e l'insegnamento della Fisica fino alla riforma dell'Università

L'interesse per gli studi scientifici, già vivo presso la corte estense di Ferrara nei secoli XV e XVI, dopo il trasferimento della capitale del Ducato da Ferrara a Modena si sviluppa nel Seicento in un contesto completamente mutato, nel quale la consapevolezza delle possibilità della scienza si fonda in particolare sullo sperimentalismo e sulla forte lezione galileiana.

Da ricordare è il matematico e scienziato modenese Geminiano Montanari (1633-1687) che operò a Modena tra il 1661 e il 1662 al servizio del duca Alfonso IV d'Este come filosofo e matematico di corte fino alla morte di quest'ultimo (Tabarroni 1983;

1983, pp. 34-35; Barbieri, Cattelani Degani 1993, pp. 76-80; Loria 2000, p. 303; Minarelli 2000; Calanca 2001; Lugli 2002, pp. 285-287).

Lo sviluppo degli studi scientifici si ha dal 1682 con l'avvio ufficiale del rinnovato "Studio Pubblico di San Carlo" con un'orazione inaugurale di Bernardino Ramazzini (1633-1714), cui era stata affidata la cattedra di Medicina (Di Pietro 1970, pp. 12-20; Biondi 1991; Taddei 2008, p. 27).

Lo Studio Pubblico inizia la sua attività con otto insegnamenti: due di Legge (Istituzioni e Diritto civile), uno di Medicina, due di Teologia (Morale e Scolastica) e tre di Filosofia, tra i quali era annoverata la Fisica insieme con la Metafisica e la Logica (Di Pietro 1970, p. 109), alle quali nella seconda metà del Settecento viene aggiunta l'Etica. Il corso di Fisica è inizialmente affidato a Michelangelo Fardella (1650-1718), che dopo due anni, però, lascia Modena (Barbieri, Cattelani Degani 1993, pp. 72-73): è suddiviso in due tipologie di studio, Fisica generale e Fisica particolare (Di Pietro 1970, pp. 130-131). Nel 1684 (Di Pietro 1970, p. 70) a Giovan Battista Boccabadati (1634-1696), che già dal 1677 era stato nominato dal duca Rinaldo d'Este bibliotecario ducale e, dal 1681, ingegnere generale del Ducato, è affidato l'insegnamento di Geometria, Idrostatica e Meccanica che mantenne fino al 1690-1691 (Barbieri, Cattelani Degani 1993, pp. 91-92).

Ramazzini, come Montanari e Fardella, insieme ad altri studiosi di grande rilievo che prestarono il loro insegnamento nello Studio Pubblico, per i quali il metodo sperimentale pareva essere acquisizione scontata, contribuì a conferire una dimensione europea alla scienza modenese seicentesca.

Nel 1760 è chiamato a Modena per l'insegnamento della Fisica un sacerdote parmense, Mariano Moreni (1732-1801), dei Minimi di S. Francesco da Paola, che, come avviene in molte Università europee, costituisce un Gabinetto di Fisica sperimentale in una stanza del Collegio San Carlo, utilizzando in particolare vari strumenti scientifici di sua proprietà. Il Gabinetto del Moreni, com'era accaduto in Europa, in Olanda (in particolare a Leida), in Inghilterra (in particolare a Oxford, Cambridge, Londra), in Germania, in Polonia, a Stoccolma, può essere annoverato tra i primi a essere realizzati in Italia insieme con quelli di Pisa, Torino, Roma, Padova, Napoli, Venezia, Firenze (Cadoppi 1988, pp. 98-99; Leone *et al.* 2009, pp. 135 e 138) per lo studio e l'insegnamento della Fisica, solidamente basati, nell'Illuminismo, su osservazioni ed esperimenti che erano già diventati elementi centrali della ricerca con la rivoluzione scientifica galileiana e newtoniana (Talas 2011; Bennet, Talas 2013).

La scoperta di nuovi strumenti, che sta all'origine dell'ampliamento del dominio dell'esperienza sensibile e dell'individuazione di un nuovo quadro di fenomeni naturali, si sostituisce completamente alle precedenti visioni metafisiche. È attraverso l'introduzione sistematica della strumentazione che avviene il fondamentale trapasso da una descrizione essenzialmente qualitativa a una trattazione rigorosamente quantitativa dei processi fisici, a partire dai fenomeni meccanici (Tarozzi 1983, p. 188).

## 2. Il Gabinetto di Fisica sperimentale nel Palazzo dell'Università

Moreni mantiene l'insegnamento di Fisica anche dopo la riforma universitaria attuata da Francesco III con la promulgazione delle *Costituzioni per l'Università di Modena*, pubblicate nel 1773, a seguito delle quali (Mor, Di Pietro 1975, pp. 91-108) l'Università diventa diretta emanazione dello Stato Estense sotto la guida di un apposito Magistrato degli Studi. L'Istituto di Fisica resta sotto la direzione di padre Moreni anche quando cambia sede, nel 1775, per sistemarsi nel nuovo Palazzo dell'Università fatto costruire da Francesco III d'Este, in locali più adatti alla funzionalità e alla crescente importanza che un tale Istituto stava acquistando in quei tempi. Qui vengono trasferiti, per ordine dello stesso Francesco III, gli strumenti del Gabinetto di Fisica sperimentale del Collegio San Carlo che erano stati inventariati nel 1772 in appendice ai libri nell'*Inventario dei Libri e delle Macchine di Fisica della Congregazione della B.V. e di San Carlo che per ordine del Ser.Mo Padrone nel 1772 passarono all'Università degli Studi* (Di Pietro 1970, p. 39). Nel 1773 a questi strumenti sono aggiunti quelli che erano di proprietà dello stesso Moreni, acquistati in cambio di una rendita vitalizia pari a 225 lire annue per quindici anni, andando a formare il primo nucleo di strumenti del Gabinetto di Fisica dell'Università (Corradini, Trenti 1997, p. 222). Dall'elenco degli strumenti risulta una discreta attrezzatura, atta a completare l'insegnamento teorico della Fisica mediante esperimenti di fisica celeste, di ottica ed anche di biologia, con strumenti usati pure da Lazzaro Spallanzani (1729-1799), collega del Moreni.

A partire dalla seconda metà del XVIII secolo, nel contesto della Fisica sperimentale, il fenomeno di diffusione delle accademie assume grande rilievo, soprattutto per l'effettiva attività sperimentale in esse svolta (Tarozzi 1983; Cadoppi 1990, p. 6). Queste attività sono ispirate, e cronologicamente corrispondenti, a quelle effettuate in Francia nelle accademie provinciali e nei circoli privati con la diffusione dei *cabinets de Physique*.

A Modena, già dal 1747, nell'accademia in casa del marchese Fontanelli si vengono a effettuare programmi di esperimenti scientifici e questa consuetudine continua con l'Accademia delle Scienze fondata dal marchese Gherardo Rangoni, dove vengono esposte relazioni e si dibattono periodicamente problemi di carattere scientifico (Barbieri, Cattalani Degani 2000; Tabarroni 1988; Venturi Barbolini 1997, p. 212).

L'attività del Gabinetto di Fisica sperimentale dell'Università si viene ad affiancare a queste realtà e in un clima di profonde riforme determinate dagli impulsi innovativi lombardi del Ducato di Milano, al tempo amministrato da Maria Teresa d'Austria ma governato dal duca di Modena Francesco III d'Este.

All'Università, sotto l'insegnamento di padre Mariano Moreni, il neo costituito Museo di Fisica sperimentale annovera come primi macchinisti Modesto Olivieri e Fedele Minari, e dal 1775 i cappuccini Antonio Sgarbi e Agostino Arleri da Vinchio (Asti) (meglio conosciuto come Fra' Agostino), che è fondamentale per lo sviluppo di questo museo, dove opera per quarant'anni (Cadoppi 1990, p. 99). Fra' Agostino ha una sua officina all'interno del Palazzo Universitario solo dal 1783 e continua il suo lavoro fino al 1820 (Mor, Di Pietro 1975, pp. 480-481).

L'ampliamento non si ferma, anzi continua, quando al posto di padre Moreni, trasferitosi con altri compiti nel suo Ordine, succede il fisico reggiano Giambattista Venturi (1746-1822), che nel seminario Pubblico di Reggio Emilia era stato allievo di Lazzaro Spallanzani e Bonaventura Corti (1729-1813). La figura del Venturi è importantissima per il Gabinetto di Fisica: con lui avvengono incrementi, cessioni e spostamenti delle collezioni di Fisica.

A Giambattista Venturi, frequentatore dell'Accademia di Gherardo Rangoni, dal 1774 è assegnato l'insegnamento di Geometria e Filosofia con l'aggiunta di Geometria e Aritmetica storica e, pochi anni dopo, nel 1787, gli viene affidato dal duca Ercole III d'Este l'incarico di Matematico Ducale, di Verificatore delle Zecche e di Ingegnere di Stato (Pizzamiglio 2005, pp. 36-37; Lodovisi 2005, p. 136). Nel 1786 ottiene la cattedra di Fisica sperimentale e assume contemporaneamente la direzione del Museo di Fisica, del quale redige un *Inventario delle macchine della Scuola di Fisica sperimentale dell'Università degli Studi di Modena* (Corradini, Trenti 1997, p. 222). Per il Museo di Fisica Venturi riesce ad acquistare un buon numero di strumenti grazie all'impegno e agli investimenti, richiesti insistentemente e in parte assegnatigli dal Patrimonio degli Studi, indirizzati all'acquisto di nuovi strumenti scientifici (Cadoppi 1990, p. 100; Corradini, Trenti 1997, pp. 224-231). Nel 1788 Venturi redige un altro inventario.

Il numero degli strumenti che sono acquistati nel quinquennio 1789-1794 sale a settantanove, come risulta da un altro inventario nel quale gli strumenti veri e propri sono suddivisi in sei classi: «Classe III macchine appartenenti alla luce ed all'ottica; Classe IV macchine spettanti all'elettricità; Classe V macchine riguardanti il fuoco e il calore, Classe VI macchine riguardanti la statica, l'idrostatica, meccanica e idraulica, Classe VII macchine riguardanti l'aria ed il suono, Classe VIII macchine fuori di classe». Nelle prime due classi erano annoverati i «mobili annessi al muro» e «quelli staccati dal muro» (Corradini, Trenti 1997, p. 227).

Nel 1796 a seguito dell'arrivo di Napoleone a Modena e della costituzione della Repubblica Cispadana, il Museo di Fisica subisce anche una diminuzione di macchine scientifiche: presso il Liceo di Reggio Emilia si costituisce un Museo, dove i Francesi decidono di destinare molte macchine del Museo di Modena scelte dai Deputati e consegnate a Stefano Montanari (Corradini, Trenti 1997, p. 221). A quel tempo un Gabinetto di Fisica esisteva anche presso il Palazzo Ducale: da quello i Commissari per il recupero delle opere di scienza e d'arte, nominati dal Direttorio della Rivoluzione Francese, su incarico di Napoleone Bonaparte prelevano venti strumenti di misura di capacità da spedire a Parigi insieme con le opere d'arte e i libri prelevati dal Palazzo Ducale (Corradini 2006, pp. 20, 44).

Lo spoglio di molti oggetti scientifici fu in parte compensato, l'anno successivo, il 1797, dalla donazione, da parte dell'amministrazione francese appena insediatasi, di sette strumenti di fisica della Biblioteca Nazionale di Parigi e di altri sette provenienti dalla residenza ducale di Bellaria a Mugnano, che era stata fatta costruire dal duca Ercole III d'Este, con l'obbligo di cederne i duplicati al Museo della confederata Municipalità di Reggio, come risulta da due note per ricevuta firmate da Agostino Arleri che fanno riferimento ad altre due di consegna, firmate rispettivamente da Beaufort e da Luigi Rangoni (Barigazzi, 1984; Corradini, Trenti, 1997, p. 235). Il

cambiamento più significativo si realizza nel 1798 con il trasferimento del Museo di Fisica nel soppresso convento di San Domenico, dove è aggregato alla Scuola Militare del Genio e dell'Artiglieria (Canevazzi 1914-1920).

#### **4. La ricollocazione del Museo di Fisica nel Palazzo dell'Università**

Dal 1810 la sede del Museo di Fisica ritorna nel Palazzo dell'Università: viene allestito al piano nobile in tre stanze a cui era annesso il Gabinetto di Fisica per l'influenza e l'interesse sempre maggiore che la Fisica viene a richiamare (Brenni 2010) e per l'ampliamento della collezione di strumenti fisici operato grazie al Venturi e al Tomaselli. Quest'ultimo dopo la Restaurazione mantiene l'incarico dell'insegnamento di Fisica e nel 1814 viene eletto presidente della Facoltà Filosofica (Mor, Di Pietro 1975, p. 214) conservando la direzione del Museo universitario fino al 1823, quando gli succede l'abate Liberato Baccelli (1772-1835), al quale si deve la realizzazione di molti strumenti (Pierucci 1934). Una descrizione del Museo di Fisica è fornita da Giuseppe Bianchi nel 1846: «si ascende per magnifica scala di marmo ad un'aula o sala maggiore, ove si conferiscono solennemente lauree, e quivi un'altra porta, di contro a quella d'ingresso, mette alle stanze del fisico Museo, che per tutta si estendono l'anteriore linea o facciata del palagio, e ne occupano così la miglior parte del piano nobile. Tre di esse in fila contengono, distribuite ordinate e chiuse in grandi e belli armadji a cristalli, le macchine per gli esperimenti, e la quarta stanza, di lunghezza doppia di ciascun'altra, situata nell'estremo a ponente [...] serve alla scuola ossia al teatro» (Bianchi 1846, pp. 37-38). Qui si eseguono esperimenti con i pesi, di ottica, di elettricità e di magnetismo.

Sotto la direzione di Baccelli il Museo continua a crescere anche per strumenti acquistati all'estero: sono anni importanti perché nel territorio ducale operano abili costruttori di strumenti scientifici e scienziati come Leopoldo Nobili (1784-1835), Giovanni Battista Amici (1786-1863) e Michele Rosa (1731-1812) (Palermo 1870; Di Vita 1984; Sbrighi, Cadoppi 1984).

Nel 1826 la Facoltà di Fisica-Matematica dell'Università è spostata per ragioni politiche per volere dell'arciduca Francesco IV d'Austria Este per un breve periodo a Fanano ma non l'Istituto di Fisica che resta nella sede universitaria (Pierucci 1934, p. 6).

Con la morte di Liberato Baccelli, che dirige il Museo di Fisica dal 1823 al 1835, si deve ricorrere a uno scienziato al di fuori del Ducato, Stefano Marianini (1790-1866), già assistente di Volta a Pavia, e che dopo di lui fu il più grande studioso di elettricità della prima metà dell'Ottocento.

#### **6. Il trasferimento di strumenti al Museo Civico di Modena**

Alla direzione dell'Istituto di Fisica a Stefano Marianini nel 1859, anno della caduta del Governo Estense, succede il figlio Pietro (1827-1884), cui seguono Dante Pantanelli (1884-1913) e Giuseppe Poloni (1851-1887) che lascia prematuramente nel 1887 la

direzione, che viene affidata a Ciro Chistoni (1852-1927) (Lugli 2002, pp. 296-297) che dal 1892 al 1906 ricopre anche la carica di Direttore dell'Osservatorio.

Chistoni, appena arrivato a Modena, prosegue una trattativa, già avviata da Pietro Tacchini (1838-1905), che era stato direttore dell'Osservatorio di Modena e in quel momento ricopriva la carica di direttore dell'Osservatorio del Collegio Romano e dell'Ufficio Centrale di Meteorologia e Geodinamica, con il direttore del Museo Civico di Modena, Carlo Boni (1830-1894), per la cessione di strumenti del Museo di Fisica che «potessero interessare la storia scientifica locale di Modena». Questo risulta da una lettera del 23 febbraio 1888 scritta da Chistoni a Boni nella quale, oltre a invitarlo a visitare il museo, cerca di fornire una spiegazione in merito a una cessione di strumenti al Museo Astronomico Copernicano presso l'Osservatorio di Monte Mario a Roma, precisando che si trattava di strumenti che non avevano né valore storico per Modena né valore commerciale. Chistoni scrive questa lettera cinque giorni dopo che su «Il Panaro Gazzetta di Modena» era comparso un articolo dal titolo *In guardia* che avvertiva dell'intenzione di trasferire strumenti del Museo di Fisica al Museo Astronomico Copernicano con l'autorizzazione del Ministero.<sup>1</sup>

Si trattava di un articolo anonimo, ma in realtà scritto da Luigi Picaglia (1852-1908), attivo zoologo e collaboratore del Museo di Zoologia, attento alla salvaguardia del patrimonio culturale modenese, come egli stesso aveva precisato in una lettera inviata al direttore Boni il 21 febbraio.

La cessione degli strumenti al Museo Civico di Modena avviene l'anno seguente: una lettera del sindaco Menafoglio del 24 gennaio comunica al direttore Boni che la Giunta, dieci giorni prima, lo aveva autorizzato ad accettare a titolo di deposito strumenti del Museo di Fisica che potevano «interessare la storia della nostra città». Si trattava di ventinove strumenti dei quali, come risulta da un inventario del Museo Civico, il Ministero della Pubblica Istruzione aveva autorizzato il deposito con una nota del 26 novembre 1888 (prot. S2 4039) e che sono consegnati in due momenti successivi: i primi quindici il 25 febbraio e gli altri quattordici il 4 marzo. Pochi giorni dopo, il 6 marzo, la Giunta approva anche la proposta di Chistoni, che questi strumenti vengano esposti nel Museo, come viene comunicato al direttore Boni cinque giorni dopo. Nove anni dopo, nel 1897, si conclude un'altra cessione di strumenti richiesta il 23 dicembre: viene approvata dalla Giunta il 28 dicembre, e la risoluzione il 4 gennaio. Questa volta si tratta però di un cambio di strumenti.

Al Museo Civico, diretto da Arsenio Crespellani, sono ceduti trentanove strumenti a cui se ne aggiunsero altri ventitre in cambio di un barometro di Jules Salleron (1829-1897) (Tabarroni 1983, p. 12; Pagella 1991, pp. 142-143).

Risale a più di cinquanta anni dopo, al 28 luglio 1943, una proposta, mai attuata, ma allora lanciata dal direttore del Museo di Fisica Mariano Pierucci, di restituire al Museo dell'Università gli strumenti di Fisica che al Museo Civico occupavano, allora come ora, un'intera sala, chiedendo però garanzia che venissero esposti nella sede universitaria.

---

<sup>1</sup> «Il Panaro Gazzetta di Modena», anno XXVII (48), del 18/2/1888.

A Chistoni succede Domenico Mazzotto (1854-1940): sul finire del secolo scorso il Museo di Fisica del Palazzo dell'Università viene smantellato per lasciare spazi alla Biblioteca della Facoltà di Giurisprudenza che, trasferita da poco insieme alla Facoltà nel Convento di San Geminiano, ha liberato gli spazi dell'ex museo, meritevoli di una adeguata progettazione,

### 7. Un nuovo progetto di valorizzazione

Dopo che l'Università di Modena ha sottoscritto con l'Assessorato alla Cultura del Comune un accordo «per la valorizzazione delle collezioni museali e la promozione della cultura scientifica» (approvato con delibera di Giunta del Comune di Modena il 20 settembre 2016), si è progettato di realizzare presso il palazzo del Rettorato di via Università, in collaborazione con i Musei Civici, una specifica sala immersiva, appositamente equipaggiata per attivare percorsi coinvolgenti di apprendimento inerenti alcuni ambiti scientifici – ottica, astronomia, meteorologia e idraulica – con specifico *focus* sugli strumenti scientifici, valorizzando le importanti collezioni del XVIII e XIX secolo dell'Università di Modena e dei Civici Musei, testimonianze significative degli studi e delle ricerche compiute in città. Saranno combinate tre modalità tecnologiche per ricostruire l'ambiente, a cui dovrebbero corrispondere due diverse fasi e anche due diverse modalità di percezione da parte dell'utente: l'interpretazione dei dati e la simulazione: 1) realtà virtuale immersiva emozionale per la contestualizzazione dei temi, perseguita tramite utilizzo di smartphone e supporto occhiale personalizzato; 2) applicazione interattiva in realtà aumentata fruibile mediante tablet a partire dagli strumenti o loro copie esposti; 3) proiezioni in video mapping di immagini degli strumenti e relative componenti in computer grafica con effetti 3D ed evidenziazione del loro funzionamento, oltre alla produzione di copie in 3D.

Questo progetto si inserisce in più ampio progetto di valorizzazione del patrimonio scientifico e della cultura scientifica attivato dalla Rete dei Musei Universitari italiani.

### Bibliografia

- Ackermann S., Kremer R.L., Miniati M. (a cura di) (2014). *Scientific Instruments on Display*. Leiden: Brill.
- Aignan Sigaud de-Lafond J. (1775). *Description et usage d'un cabinet de physique experimentale*. Paris: Gueffier.
- Baldini U. (1980). *L'attività scientifica nel primo Settecento*, in Micheli G. (a cura di), *Storia d'Italia. Annali III. Scienza e tecnica nella cultura e nella società dal Rinascimento a oggi*. Torino: Einaudi.
- Barbieri F., Cattelani Degani F. (1993). *Le scienze matematiche e l'astronomia a Modena all'epoca di Geminiano Montanari*, in Alfieri M.L., Fornaciari Davoli L. (a cura di), *Tensioni e prospettive economico-monetary nel XVII secolo: Geminiano Montanari*. Modena: Mucchi.

- Barbieri F., Cattelani Degani F. (2000). *Memorie di matematica lette nell'accademia scientifica di Gherardo Rangone*, in *I mille volti della Modena ducale. Memorie presentate all'Accademia Nazionale di Scienze Lettere e Arti in occasione delle celebrazioni di Modena capitale*. Modena: Il Fiorino.
- Barigazzi C. (1984). *Scienze della vita e scienze fisiche a Reggio dal barocco alla rivoluzione francese*, in Spreafico S., Sbrighi G. (a cura di), *Echi di un messaggio scientifico nella coscienza di una comunità scolastica*. Reggio Emilia: Bertani.
- Bennett J., Talas S. (a cura di) (2013). *Cabinets of Experimental Philosophy in Eighteenth-Century Europe*. Leiden: Brill.
- Bianchi G. (1846). *Il Museo e Teatro Fisico*, in *In Onore alla memoria di Francesco IV: Articoli tre accademici di vario argomento scritti da Giuseppe Bianchi*. Modena: Eredi Soliani Tipografi Reali.
- Biondi A. (1991). *I secoli del San Carlo*, in Benati D., Peruzzi L., Vandelli V. (a cura di), *Il Collegio e la Chiesa di San Carlo a Modena*. Modena: Artioli.
- Brenni P. (2010). "The Evolution of Teaching Instruments and Their Use Between 1800 and 1930". *Science & Education*, 21, pp. 191-226.
- Cadoppi G. (1988). "Gabinetti scientifici e strumentaria nel Ducato di Modena". *Giornale di Fisica*, XXIX, pp. 97-114.
- Cadoppi G. (1990). *Giovanni Battista Venturi (1746-1822). Scienza, politica e politica della scienza nel Ducato Estense*. Reggio Emilia: Circolo Filatelico Numismatico.
- Calanca R. (2001). "Aspetti dell'astronomia del Seicento: le Ephemerides Novissimae di Cornelio Malvasia, Giovan Domenico Cassini e Geminiano Montanari". *Atti e Memorie. Accademia Nazionale di Scienze Lettere e Arti di Modena (Serie VIII)*, IV, pp. 499-607.
- Canevazzi G. (1914-1920). *La scuola militare di Modena*. Modena: Edizioni Ferraguti.
- Carazza B., Guidetti G. P. (1988). "Caratteristiche dell'indagine sperimentale nella fisica del primo Ottocento". *Giornale di Fisica*, XXIX, pp. 89-96.
- Corradini E. (2006). *Conquiste artistiche nelle collezioni estensi. Le spoliazioni di Napoleone Bonaparte a Modena*. Cinisello Balsamo: Amilcare Pizzi.
- Corradini E. (2012). "Le collezioni di strumenti scientifici testimonianza dello sviluppo delle attività dell'Osservatorio e del Gabinetto di Metrologia dell'Università di Modena e Reggio Emilia". *Museologia scientifica. Memorie*, 14, pp. 112-119.
- Corradini E., Trenti G. (1997). *Gli strumenti di fisica dell'Università di Modena tra Settecento e Ottocento. Indice-regesto di documenti ad essi relativi*, in Lodovisi A., Luppi G., Dameri D. (a cura di), *La Bona opinione: cultura, scienza e misure negli stati estensi, 1598-1860*. Campogalliano: Museo della Bilancia.
- Di Pietro P. (1970). *Lo Studio pubblico di S. Carlo in Modena, 1682-1772: novant'anni di storia della Università di Modena*. Modena: Mucchi.
- Di Pietro P. (1988). "Gli anni modenese di G.B. Amici". *Giornale di Fisica*, XXIX, pp. 201-213.
- Di Pietro P. (1994). *Bibliografia di Giovanni Battista Amici*, in *Atti e Memorie. Accademia Nazionale di Scienze Lettere e Arti di Modena (Serie VII)*, X, pp. 95-116.

- Di Vita F. (1984). *Leopoldo Nobili (1874-1835): una vocazione scientifica nel turbine delle Rivoluzioni*, in Spreafico S., Sbrighi G. (a cura di), *Echi di un messaggio scientifico nella coscienza di una comunità scolastica*. Reggio Emilia: Bertani.
- Gemignani G. (1993). *Riflessioni su Montanari*, in Alfieri M.L. (a cura di), *Tensioni e prospettive economico-monetarie nel XVII secolo: Geminiano Montanari*. Modena: Mucchi.
- Leone M., Paoletti A., Robotti N. (2009). “La Fisica nei ‘Gabinetti di Fisica’ dell’Ottocento: il caso dell’Università di Genova”. *Giornale di Fisica*, L, pp. 135-154.
- Lodovisi A. (2005). *L’opera cartografica di Venturi*, in Bernardi W., Manzini P., Marcuccio R. (a cura di), *Giambattista Venturi: scienziato, ingegnere, intellettuale fra età dei lumi e classicismo*. Firenze: Olschki.
- Loria A. (2000). *Geminiano Montanari “...tra i più benemeriti illustratori della fisica, dell’astronomia e di più altre parti della filosofia”*, in *I mille volti della Modena ducale. Memorie presentate all’Accademia nazionale di scienze lettere e arti in occasione delle celebrazioni di Modena capitale*. Modena: Edizioni Il Fiorino.
- Lugli M.U. (2002). “Contributi allo sviluppo delle scienze astronomiche e della terra tra ’600 e ’900”. *Atti e Memorie. Accademia Nazionale di Scienze Lettere e Arti di Modena (Serie VIII)*, V, pp. 285-302.
- Minarelli S. (2000). *Scienza e scienziati a Modena tra ’600 e ’700*, in *I mille volti della Modena ducale. Memorie presentate all’Accademia nazionale di scienze lettere e arti in occasione delle celebrazioni di Modena capitale*. Modena: Edizioni Il Fiorino.
- Mor C.G., Di Pietro P. (1975). *Storia dell’Università di Modena*, vol. II. Firenze: Olschki.
- Pagella E. (1991). *Gli strumenti scientifici del Museo Civico d’Arte medievale e moderna di Modena*, in Dragoni G., *Instrumenta: il patrimonio storico scientifico italiano. Una realtà straordinaria*. Bologna: Grafis.
- Palermo F. (1870). “Sulla vita e le opere di Giovanni Battista Amici”. *Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche*. Tomo III. Roma: Tipografia delle Scienze Matematiche e Fisiche.
- Pierucci M. (1934). *Cimeli e glorie dell’Istituto di Fisica di Modena*, in *Annuario della Regia Università di Modena per l’anno accademico 1933-1934*. Modena: Società tipografica Modenese.
- Pizzamiglio P. (2005). *Aspetti dell’attività didattica di Venturi*, in Bernardi W., Manzini P., Marcuccio R. (a cura di), *Giambattista Venturi scienziato ingegnere intellettuale tra età dei lumi e classicismo*. Firenze: Olschki.
- Riccardi P. (1864). *Cenni storici sull’istituto dei Cadetti matematici pionieri di Modena*, Modena: Zanichelli.
- Sbrighi G., Cadoppi G. (1984). *Leopoldo Nobili fisico del primo Ottocento*, in Spreafico S., Sbrighi G. (a cura di), *Echi di un messaggio scientifico nella coscienza di una comunità scolastica*. Reggio Emilia: Bertani.
- Strano G., Johnston S., Miniati M., Morrison-Low A. (a cura di) (2009). *European Collections of Scientific Instruments, 1550-1750*. Leiden: Brill.

- Tabarroni G. (1983). *Il processo storico di formazione del nucleo di strumenti scientifici del Museo Civico di Modena*, in Tarozzi G. (a cura di), *Gli strumenti nella storia e nella filosofia della scienza*. Bologna: Istituto per i beni artistici, culturali, naturali della Regione Emilia-Romagna.
- Tabarroni G. (1985). *Scienza e tecnologia nel Ducato Estense*, in Tarozzi G. (a cura di), *Leopoldo Nobili e la cultura scientifica del suo tempo*. Bologna: Nuova Alfa.
- Tabarroni G. (1988). “Scienza e tecnologia a Modena fra il Settecento e l’Ottocento. Ragioni e conseguenze della strumentazione topografica di G.B. Amici”. *Giornale di Fisica*, XXIX, pp. 83-88.
- Tabarroni G. (2000). *La rivoluzione galileiana e il contributo di Geminiano Montanari. Dall’astronomia di posizione all’astrofisica*, in *I mille volti della Modena ducale. Memorie presentate all’Accademia Nazionale di Scienze Lettere e Arti in occasione delle celebrazioni di Modena capitale*. Modena: Edizioni Il Fiorino.
- Taddei F. (2008). *Storia dell’Università di Modena e Reggio Emilia*, in Russo A., Corradini E. (a cura di), *Musei Universitari Modenesi*. Bologna: Editrice Moderna.
- Talas S. (2011). “La fisica nel Settecento: nuove lezioni, spettacolo, meraviglia”. *Il Nuovo Saggiatore*, 27, pp. 37-47.
- Tarozzi G. (1983). *Il significato della strumentazione nella storia della scienza*, in Tarozzi G. (a cura di), *Gli strumenti nella storia e nella filosofia della scienza*. Bologna: Istituto per i beni artistici, culturali, naturali della Regione Emilia-Romagna.
- Tarozzi G. (1988). “La scienza degli strumenti come problema della misurazione”. *Giornale di Fisica*, XXIX, pp. 239-252.

## The pneumatic pump of the Mariano College in Bergamo

Laura Serra - Ateneo di Scienze Lettere Arti, Bergamo - lauraserra247@gmail.com

Anna Giatti - Fondazione Scienza e Tecnica, Firenze - anna.giatti@fstfirenze.it

Paolo Brenni - CNR, Fondazione Scienza e Tecnica, Firenze -  
p.brenni@museogalileo.it

*Abstract:* Among the physics instruments from the Physics Cabinet at the Secondary School “Paolo Sarpi”, currently preserved at the Museum of Natural Sciences “Enrico Caffi” in Bergamo, there is a pneumatic pump dating back to the late XVIII century. This was the period in which the physics cabinet at the Mariano College, the scholastic institute that predated the “Sarpi” Secondary School, was established.

The pump is unique, partially due to its size, as it stands at two metres tall.

It is cited in various documents including inventories, manuscripts and letters, from which we have been able to glean further information and details.

Thanks to the development programme enacted by the Caffi Museum to make the collection of didactic instruments visible to the public in a permanent exhibition – a project curated scientifically by Laura Serra –, the pneumatic pump has undergone restoration and conservation work, along with the other instruments, at the laboratories of the “Fondazione Scienza e Tecnica” in Florence, curated by Paolo Brenni and Anna Giatti.

The occasion permitted the study of the different parts of the instrument and, in particular, confirmation of the hypothesis that it was built by Giovanni Albrici, the first technician to work at the Physics Cabinet of the Mariano College.

*Keywords:* Pneumatic pump, Giovanni Albrici, historic physics instruments, restoration.

Fra gli strumenti di fisica attualmente conservati presso il Museo di Scienze naturali “Enrico Caffi” di Bergamo vi è una pompa pneumatica risalente agli ultimi anni del XVIII secolo (Fig. 1); la pompa, insieme agli altri strumenti, proviene dal Gabinetto di Fisica del Liceo “Paolo Sarpi” di Bergamo, e fa parte del primo nucleo di strumenti acquistato all’epoca della costituzione del Gabinetto di Fisica del Collegio Mariano, istituzione scolastica dalla quale ha avuto origine il Liceo “Sarpi”.<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> Il Collegio Mariano fu istituito nel 1617 dalla “Misericordia Maggiore”, istituzione di beneficenza bergamasca, per istruire gratuitamente i chierici della Basilica di S. Maria Maggiore. Al Collegio furono in seguito ammessi anche allievi appartenenti alla borghesia e alla nobiltà bergamasca, le cui famiglie erano in grado di corrispondere una retta. Esso era governato dal Consiglio della Nobile Reggenza.



**Fig. 1.** Pompa pneumatica conservata presso il Museo “Enrico Caffi” di Bergamo

Grazie al programma di valorizzazione degli strumenti predisposto dal Museo Caffi per rendere visibile al pubblico, in un’esposizione permanente, la collezione di strumenti didattici che conserva,<sup>2</sup> la pompa pneumatica è stata oggetto insieme ad altri strumenti di un accurato restauro presso i laboratori della “Fondazione Scienza e Tecnica” di Firenze, a cura di Paolo Brenni e Anna Giatti.

L’occasione ha consentito lo studio dello strumento, oltre che dal punto di vista documentale, anche riguardo alle sue caratteristiche costruttive.

La pompa pneumatica è citata in diversi documenti: inventari, manoscritti e lettere, dai quali è stato possibile attingere notizie interessanti che la collegano a Giovanni Albrici (1743-1816), primo macchinista del Gabinetto di Fisica del Collegio Mariano.

Giovanni Albrici, abile costruttore di strumenti scientifici – sua è la Macchina planetaria acquistata dal Collegio Mariano nel 1783 (Serra Perani, Brenni 2012) – fu assunto come macchinista probabilmente grazie al suggerimento di Lorenzo Mascheroni, che aveva ottenuto dalla Nobile Reggenza del Collegio Mariano l’autorizzazione a rinnovare l’insegnamento della fisica sperimentale e a istituire un Gabinetto di Fisica dotato di apparecchiature per la didattica.

I primi documenti riguardanti la pompa sono alcuni manoscritti contenuti nell’archivio del Collegio Mariano, conservati nella Biblioteca civica “Angelo Mai” di Bergamo, che attestano la richiesta per scopi didattici da parte dei professori di Fisica di una macchina pneumatica e il conseguente incarico della sua costruzione al

---

<sup>2</sup> Per la descrizione della collezione di strumenti conservati al Museo “Caffi” e del progetto di valorizzazione predisposto si veda (Serra Perani 2016). Il progetto si avvale del contributo della ditta bergamasca Lovato Electric S.p.A.

macchinista Giovanni Albrici, il 27 aprile 1791;<sup>3</sup> seguono i riferimenti ai pagamenti della pompa: 700 lire il 13 settembre 1791,<sup>4</sup> 350 lire il 17 settembre per coprire le spese sostenute, infine 300 lire il 21 settembre 1793,<sup>5</sup> dopo una pubblica dimostrazione per verificarne il funzionamento.

Questa dimostrazione pubblica, che Albrici dovette condurre davanti alla Nobile Deputazione del Collegio Mariano, è citata anche in una lettera datata 18 marzo 1793 che Albrici scrisse a Mascheroni – dal 1793 Mascheroni è a Pavia –, nella quale afferma:<sup>6</sup>

la mia Macchina pneumatica per ora ha ben corrisposto alle pubbliche esperienze che si son fatte colla medesima e spero che (come sembra sempre migliorare coll'esercizio) non mi abbia mai a mancare nelli suoi effetti: poiché le esperienze finora fatte son riuscite secondo l'aspettazione. Riguardo poi a ciò che si doveva aspettare dalla prov. Deputazione per il pagamento della medesima son finora stato soddisfatto [...].

I riferimenti alla pompa pneumatica si trovano in altre lettere<sup>7</sup> indirizzate a Mascheroni dall'Albrici, che non esita a chiedere al Maestro chiarimenti e consigli per il corretto funzionamento della macchina. In una di queste lettere, in particolare, Albrici chiede informazioni sul grado di compressione che l'aria può raggiungere all'interno della campana di cristallo, affinché questa non si spezzi.<sup>8</sup>

Nell'opera *Vite de' pittori scultori e architetti bergamaschi* di Francesco Maria Tassi (1793, tomo II, p. 114), si legge a proposito di Giovanni Albrici:

Oltre varie ben intese macchinette che servono alla Fisica sperimentale, da lui inventate ed eseguite con somma esattezza, ha sotto la sua direzione e disegno fatta fare una macchina pneumatica ad uso delle pubbliche scuole, la quale ha varie cose di invenzione sua, e si può considerare una delle migliori che in tal genere si veggano.

<sup>3</sup> Biblioteca civica "Angelo Mai" di Bergamo, Archivio del Consorzio Misericordia Maggiore, MIA 1300-n. 40.

<sup>4</sup> Biblioteca civica "Angelo Mai" di Bergamo, Archivio del Consorzio Misericordia Maggiore, MIA 1321-n. 122, n. 171.

<sup>5</sup> Biblioteca civica "Angelo Mai" di Bergamo, Archivio del Consorzio Misericordia Maggiore, MIA 1322-n. 40.

<sup>6</sup> Biblioteca civica "Angelo Mai" di Bergamo, MMB 668, p. 146.

<sup>7</sup> Per completezza, occorre specificare che nella Biblioteca Civica "Angelo Mai" di Bergamo, in corrispondenza della segnatura MMB 665-149, vi è una lettera datata 4 novembre 1786, nella quale Albrici cita la sua macchina pneumatica. La data è precedente al 1791, anno di incarico alla costruzione della pompa oggetto del presente articolo e dunque la lettera non si riferisce a questa. Nella lettera Albrici chiede a Mascheroni di informarsi sulla qualità delle pelli che chiudono i buchi e di «procurare di mandarmene qualche pezzo se fossero di qualche animale forestiero». Si riferisce in particolare alle pelli che chiudono i buchi degli stantuffi e i buchi inferiori dai quali si assorbe l'aria, che fanno la funzione delle valvole nelle trombe ad acqua. Evidentemente Albrici aveva già costruito in precedenza una pompa pneumatica secondo un modello che prevedeva l'uso di valvole in pelle.

<sup>8</sup> Biblioteca Civica "Angelo Mai" di Bergamo, MMB 668, p. 128. Lettera del 21 gennaio 1793 indirizzata da Albrici a Mascheroni.

Delle «cose di invenzione sua» si dirà in seguito.

Infine gli inventari del Gabinetto di Fisica del Collegio Mariano citano la pompa pneumatica, a partire dal primo, datato 1793 e sottoscritto da Giovanni Albrici,<sup>9</sup> poi il secondo, datato 1804,<sup>10</sup> e il terzo del 1817.<sup>11</sup> In tutti è descritta con parole simili una pompa a due cilindri, dotata di accessori racchiusi in un cassetto dentro il piedistallo.

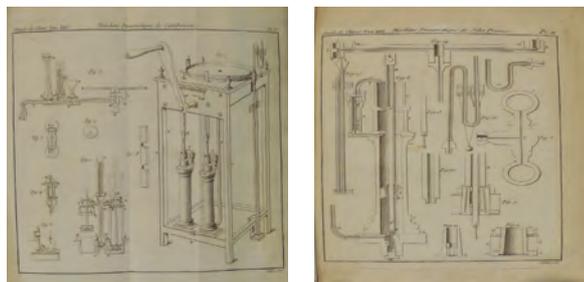
Ma è l'inventario del 1850<sup>12</sup> che della stessa pompa riporta una descrizione più dettagliata; nella sezione «Apparati fondati sulle proprietà dell'aria», al numero 2 si legge:

Macchina pneumatica e di compressione coi corpi di tromba in ottone e con tutte le altre parti in ottone montata sopra una specie di torre in legno di noce. Questa macchina è stata costruita il secolo scorso da artisti bergamaschi, ma ad onta della sua vecchiezza non è molto deperita e funziona ancora discretamente.

La descrizione corrisponde alla pompa di cui ci stiamo occupando.

I documenti danno quindi forza all'ipotesi che la pompa sia stata progettata e costruita dal macchinista Giovanni Albrici.

Durante gli studi che hanno accompagnato il restauro della pompa, è emerso che il modello seguito nella sua costruzione s'ispira alla pompa ideata dal costruttore di strumenti John Cuthbertson, attivo a Londra negli anni compresi fra la fine del Settecento e l'inizio dell'Ottocento.<sup>13</sup> Questa pompa fu descritta in numerose pubblicazioni dell'epoca in diverse lingue, e certamente Albrici ebbe l'occasione di leggere una di queste descrizioni. Grazie ad esse (Cuthbertson 1787; Adet 1798) e alle immagini che le corredano (Fig. 2) è stato possibile confrontare la pompa di Bergamo con il modello originale.



**Fig. 2.** Sinistra: tavola tratta dagli «Annali di Chimica» (Adet 1798) in cui in Fig. 7 è rappresentata la Pompa di Cuthbertson nel suo insieme. Destra: nella tavola tratta dallo stesso testo sono rappresentati i particolari della pompa

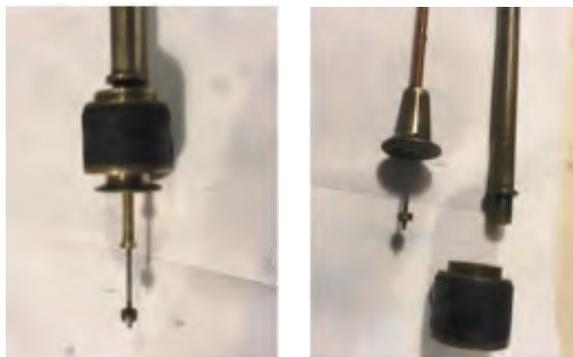
<sup>9</sup> Biblioteca Civica «Angelo Mai» di Bergamo, Archivio del Consorzio Misericordia Maggiore, MIA 3509.

<sup>10</sup> Biblioteca Civica «Angelo Mai» di Bergamo, AB 151.

<sup>11</sup> Liceo «Paolo Sarpi», Archivio storico, LXIII, 10 dicembre 1817.

<sup>12</sup> Liceo «Paolo Sarpi», Archivio storico, CCLXXXV, Catalogo metodico, p. 42, n. 2.

<sup>13</sup> Di Cuthbertson si ricorda specialmente la grande macchina elettrostatica costruita per Martinus van Marum e oggi conservata al Teyler Museum di Haarlem.



**Fig. 3.** Pistone della pompa Albrici con la valvola azionata meccanicamente

A parte il supporto che, assai sobrio nella pompa del Cuthbertson, nella pompa Albrici è in legno di noce, imponente, con intagli e modanature decorative, il meccanismo di funzionamento è sostanzialmente simile nelle due pompe, pur con alcune differenze.

Entrambi i modelli prevedono il piatto in ottone, destinato ad accogliere la campana di vetro, montato nella parte alta del sostegno; il manometro, costituito da lunghi tubi barometrici, è inserito in un telaio di legno di noce ed è montato lateralmente; un tubo in ottone – ricurvo nella pompa Cuthbertson e diritto nella pompa Albrici – collega il foro centrale del piatto con la base dei cilindri della pompa. Entrambi i modelli utilizzano corpi di tromba costituiti da due cilindri in ottone nei quali scorre il pistone formato da dischi di cuoio pressato tra due anelli d'ottone (Fig. 3).

Il pistone è azionato da un'asta cilindrica cava, collegata alla cremagliera, sulla quale è inserito un pezzo conico che si incastra perfettamente in un apposito incavo del pistone. Nell'asta cilindrica scorre un'altra asta in ottone sulla quale è impernata la valvola che chiude sul fondo del cilindro il foro di comunicazione con il recipiente da cui evacuare l'aria. Quando il pistone scende, esso si allontana dal corpo conico collegato alla sua asta e l'aria sotto il pistone passa sopra di esso, mentre la valvola è chiusa. Quando il pistone sale, la valvola si apre, il corpo conico aderisce al pistone e l'aria viene estratta dal tubo lungo e, di conseguenza, dalla campana da evacuare. Come nella pompa Cuthbertson, il movimento del pistone aziona meccanicamente l'apertura e la chiusura delle valvole, diversamente da quanto avviene nei modelli precedenti nei quali l'apertura è determinata dalla differenza di pressione. Questo è probabilmente l'apporto più importante di Cuthbertson allo sviluppo delle pompe pneumatiche.

Ai cilindri sono collegati due serbatoi per la raccolta dell'olio sormontati da beccucci ricurvi e dotati di un rubinetto (Fig. 4).

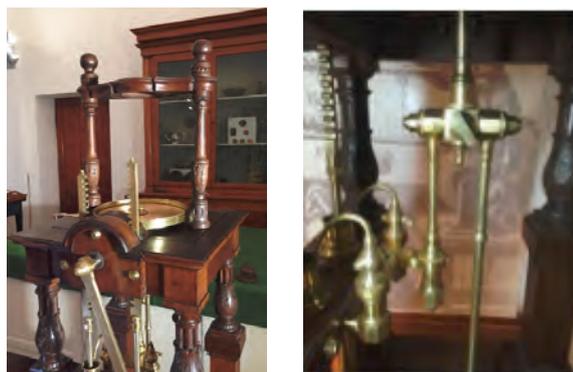
Durante la risalita del pistone, l'aria che è sopra di esso è spinta insieme all'olio in eccesso, attraverso un tubicino posteriore, nei serbatoi per la raccolta dell'olio e, attraverso i beccucci ricurvi, dispersa nell'atmosfera. Nella pompa Cuthbertson, all'interno dei serbatoi, vi è un'asta metallica che, alla discesa del pistone, chiude per gravità il foro in basso, impedendo all'aria di rientrare nel cilindro. Nella pompa di Albrici queste valvole sono andate perdute.



**Fig. 4.** Particolare dei recipienti in cui scorrono le cremagliere lubrificate dall'olio che esce dai beccucci ricurvi insieme all'aria evacuata dal recipiente

La pompa conservata a Bergamo, oltre a produrre il vuoto, è in grado, come lo stesso Albrici afferma, di comprimere l'aria all'interno di una campana. Anche la pompa Cuthbertson può svolgere questa funzione, ma i due modelli differiscono per diversi particolari costruttivi.

Nella pompa Albrici, il recipiente in cui comprimere l'aria deve essere posto sul piatto in ottone e trattenuto saldamente dal telaio in legno montato sul ripiano superiore della pompa (Fig. 5, sinistra). Il tubo collegato al foro centrale del piatto è dotato di un rubinetto a due vie (Fig. 5, destra) che, in un caso, permette all'aria risucchiata dal piatto di passare nel tubo lungo e da qui alla base della pompa (in questo modo la pompa funziona come pompa a vuoto); nell'altro, chiudendo la comunicazione con il tubo lungo, apre quella con un secondo tubo più corto nel quale si incanala l'aria proveniente dai cilindri per essere compressa nella campana. Il pezzo di ottone che sorregge i serbatoi dotati di beccuccio ricurvo è forato in modo da consentire il passaggio dell'aria proveniente dai cilindri verso il tubo corto e da qui alla campana.



**Fig. 5.** Sinistra: particolare del telaio sul ripiano superiore che deve trattenere saldamente il recipiente quando la pompa comprime l'aria al suo interno. Destra: rubinetto a due vie che apre la comunicazione con il tubo lungo (la pompa rarefa l'aria) o con il tubo corto (la pompa comprime l'aria)



**Fig. 6.** Uno dei pistoni prima della pulizia (sinistra) e dopo (destra)

Per funzionare come macchina per comprimere l'aria, è necessario che siano chiusi i rubinetti posti sotto i beccucci ricurvi e aperto il tappo alla base dei cilindri da cui può entrare l'aria.

Azionando la pompa, l'aria esterna entra nei cilindri e viene spinta nel tubo corto e da questo nel recipiente sul piatto.

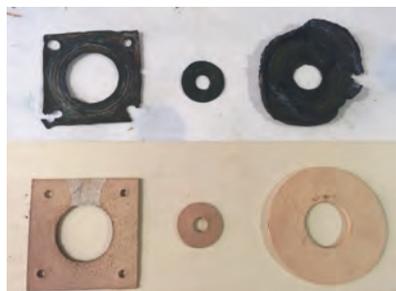
L'intervento di restauro della pompa è stato eseguito presso la "Fondazione Scienza e Tecnica" di Firenze e fa parte di una più ampia collaborazione con il Museo "Caffi" di Bergamo per il restauro di un gruppo di strumenti della loro collezione.<sup>14</sup>

La macchina, prima dei lavori, si presentava in cattivo stato di conservazione, non funzionante, con diverse evidenti mancanze e le parti in ottone con estese ossidazioni e solfazioni. Fin dall'inizio il ripristino del funzionamento della macchina è sembrato un obiettivo difficilmente perseguibile, come infatti si è poi constatato. La pompa ha delle soluzioni costruttive uniche, ideate dall'Albrici e per le quali non abbiamo documentazione dettagliata, le ricostruzioni delle parti essenziali per il funzionamento sarebbero state quindi arbitrarie e avrebbero alterato la macchina. Anche la sostituzione delle parti compromesse è stata giudicata quasi sempre inadeguata, come nel caso del cuoio dei pistoni, per la conservazione del valore storico dell'oggetto, non essendo peraltro sufficiente a rendere il funzionamento.



**Fig. 7.** Alcuni elementi d'ottone prima della pulizia e della verniciature (a destra nelle foto) e dopo (a sinistra nelle foto)

<sup>14</sup> Si veda nota 2.



**Fig. 8.** Sopra: alcune guarnizioni inservibili. Sotto: le guarnizioni ricostruite

Lo smontaggio della macchina ha permesso di poter intervenire separatamente sui diversi materiali, ispezionare le parti interne e valutarne lo stato. Durante lo smontaggio si è dovuto tenere conto dell'esatta posizione di ciascuno degli elementi non essendo questi intercambiabili. I pistoni erano saldamente bloccati nei cilindri per un corposo deposito molto indurito di olio<sup>15</sup> utilizzato durante il funzionamento ed è stato necessario un lungo intervento per separarli. Lo stesso deposito verde scuro è stato trovato diffusamente nelle varie parti della macchina.

Potendo ispezionare le parti interne abbiamo riscontrato alcune mancanze e la rottura dell'estremità inferiore del tubo d'ottone che collega il piatto con i cilindri. Particolare cura si è avuta nel ripristinare lo scorrimento del pistone, il suo meccanismo interno e le valvole. Lo smontaggio delle parti in ottone ha confermato un'originaria leggera laccatura eseguita con la tipica vernice di finitura degli strumenti scientifici che però era completamente perduta.

L'ottone è stato ripulito dal deposito con petrolio ed essenza di petrolio, ed è stato necessario rimuovere l'ossidazione superficiale. Laddove era originariamente laccato è stata riapplicata a spruzzo un'adeguata vernice a base di alcol e di gommalacca.<sup>16</sup>

Le parti in cuoio risultavano molto deteriorate e, per quanto riguarda le guarnizioni delle giunzioni a tenuta d'aria, si è deciso di ricostruirle, anche per la necessità di riassemblare in maniera stabile le parti fra le quali era necessario lo spessore del cuoio.

Il castello in legno è stato ripulito meccanicamente e con alcol in modo da rimuovere il deposito di polvere e anche parte delle abbondanti verniciature date nel tempo, reintegrato con le piccole parti mancanti e protetto con leggera finitura. Nonostante non presentasse tracce di infestazioni in corso è stato preventivamente trattato con antitarlo. La macchina infine è stata interamente rimontata ed è pronta ad accogliere i tubi barometrici che verranno rimontati al rientro della pompa presso il Museo "Caffi".

<sup>15</sup> Molto probabilmente è stato usato l'olio di oliva citato nei documenti.

<sup>16</sup> La vernice utilizzata è stata messa a punto nel laboratorio dove è usata da anni; formulata secondo la letteratura storica, riproduce le caratteristiche di quella originale. Per approfondire vedi (Giatti, Lanterna 2014, pp. 165-180).

**Bibliografia**

- Adet P.A. (1798). “Description des Machines Pneumatiques perfectionnées par Prince et Cuthbertson; suivie d’observations sur ces Machines”. *Annales de Chimie, ou Recueil de Mémoires concernant la Chimie*, XXV, p. 126.
- Cuthbertson J. (1787). *Description of an improved air-pump, and an account of some experiments made with it, by which its superiority above all other air-pumps is demonstrated*. Amsterdam: Hayman.
- Giatti A., Lanterna G. (2014). *Caratterizzazione non invasiva delle vernici da ottone degli strumenti scientifici: ricette storiche, realizzazione di provini verniciati, ricerca analitica e applicazioni in situ su strumenti storici*, in *OPD restauro* n. 26. Firenze: CentroDi.
- Prescott G.F. (1934). *Handbook of the Collections illustrating Pumping Machinery*. South Kensington: Science Museum.
- Serra Perani L. (2016). *Gli strumenti di Fisica del Museo di Scienze naturali “Enrico Caffi” di Bergamo*, in Tucci P. (a cura di), *Atti del XXXIV Convegno Nazionale della Società Italiana di Storici della Fisica e dell’Astronomia* (Firenze 10-13 settembre 2014). Pavia: Pavia University Press.
- Serra Perani L., Brenni P. (2012). *La Macchina Planetaria che rappresenta il Sistema solare del Mondo di Giovanni Albrici*, in Mantovani R. (a cura di), *Atti del XXX Convegno Nazionale della Società Italiana degli Storici della Fisica e dell’Astronomia* (Urbino 30 giugno-3 luglio 2010). Urbino: Argalia.
- Tassi F.M. (1793). *Vite de’ pittori scultori e architetti bergamaschi*. Bergamo: Locatelli.



## DIDACTICS OF PHYSICS



## Mach, the principles of dynamics and Newton's bucket

Pietro Cerreta - Associazione Scienza Viva, Centro della Scienza, Calitri -  
pietro.cerreta@tin.it

*Abstract:* Some years ago we built *The Newton's bucket*, an interactive exhibit that shows the curvature of water in a rotating cylinder. In his *Principia*, Newton referred to it as a proof of the existence of the absolute motion. In the book *The science of mechanics; a critical and historical account of its development*, Ernst Mach demonstrated how weak Newton's conclusion was, affirming that "if we take our stand on the basis of facts, we shall find we have knowledge only of relative spaces and motions". The "facts", pertaining to the motions relative to the rotating bucket, can be well explained using our exhibit: we will do this also by means of some videos. At the same time, we will also take into account the conceptual aspects that made Mach's critical analysis of the statements in the *Principia* and his attempt to reformulate them so famous.

*Keywords:* *Principia*, Mechanics, historical-critical method, absolute space.

### 1. In ricordo di Ernst Mach, fisico e storico della Fisica

Leggendo le cronache culturali italiane di questo 2016, mi sono stupito di non aver trovato, almeno finora, alcun avvenimento che ricordasse Ernst Mach a cent'anni dalla morte. Eppure Mach è stato un fisico che ha occupato la scena scientifica di fine Ottocento e d'inizio Novecento in un modo del tutto singolare, sia per quel che ha prodotto da sé, sia per l'influenza che ha esercitato sugli scienziati contemporanei. Si pensi a Einstein il quale, grazie a quel che lui stesso definì come *Principio di Mach*, lo riteneva quasi un precursore della relatività. E si pensi alla reazione di Boltzmann di fronte all'affermazione sprezzante con la quale Mach, empiriocriticista, asseriva che non esistevano gli atomi, perché a quel tempo non erano osservabili.

Epistemologo e fisiologo oltre che fisico, la sua personalità si distinse in diversi campi del panorama scientifico del tempo in cui visse. Non è un caso che, oltre un decennio dopo la morte, nel 1929, sia sorto a Vienna un Circolo intitolato al suo nome. Tuttavia, quel che interessa di più, qui, è che egli sia stato principalmente uno storico della Fisica e che le sue idee storiografiche non cessino di far discutere.

Dovendo essere breve, mi limiterò a prendere in considerazione solo il suo libro sulla Meccanica: *Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt*. Esso, tradotto in diverse lingue e uscito in ben nove edizioni tra il 1883 e 1933, risultò un'opera di grande successo. Preferisco la traduzione del titolo con *I principii della meccanica esposti criticamente e storicamente nel loro sviluppo* della prima edizione

italiana del 1909, piuttosto che con *La meccanica nel suo sviluppo storico-critico* (Mach 1977) con cui la Boringhieri in seguito, nel 1968, lo ripresentò al pubblico. Trovo che le parole “criticamente” e “storicamente” del primo titolo chiariscono bene ciò che vuol dire l'autore quando, nella prefazione, egli dichiara l'intento di voler mettere «a nudo» (Mach 1977, p. 27) il nucleo dei concetti della Meccanica, che col tempo si è «avviluppato» entro un particolare apparato concettuale, e di volerlo fare mediante l'analisi storica. Questo intento invece è nascosto nell'altro titolo, volutamente sintetico, il quale sembra anzi suggerire che sia stata la Meccanica stessa a essersi sviluppata, di per sé, in modo storico-critico, cosa che non avrebbe senso.

In realtà si definisce storico-critico un metodo di analisi e non un tipo di evoluzione. Il metodo storico-critico aveva mostrato la sua efficacia in campo umanistico, in particolare nell'esegesi biblica. Adottandolo nello studio della Meccanica, Mach introduce nell'ambito scientifico qualcosa di nuovo. Non esiste, tuttavia, nessuna evidenza documentale che ciò sia avvenuto in seguito a precise influenze metodologiche extra-scientifiche.

È bene chiarire subito che lo scopo ultimo di Mach non era quello di esaltare la Meccanica come eccezionale prodotto del pensiero umano, ma di mostrarne la fragile natura storica con l'intento di perfezionarla. Vista in tal modo, egli negava che i concetti meccanici fossero in grado di fungere da base a tutte le altre branche della Fisica, come molti sostenevano, e si opponeva al sopravvento della filosofia meccanicista, che traeva forza da quest'opinione. E mentre ad esempio Hertz era piuttosto morbido nell'osservare che

tutti i fisici concordano che il problema della fisica consiste nel ricondurre i fenomeni della natura alla meccanica. Ma, su quali siano tali semplici leggi, non sussiste già più lo stesso accordo (Hertz 1894),

il giudizio di Mach era molto più deciso. Egli, infatti, obiettava:

La concezione secondo cui la meccanica è il fondamento di tutte le altre parti della fisica, e perciò tutti i fenomeni fisici debbono essere spiegati *meccanicamente*, è per noi un pregiudizio. La conoscenza più antica in ordine di tempo non deve necessariamente *restare* il fondamento dell'intelligibilità di ciò che è scoperto più tardi. Concezioni del tutto nuove si affermano man mano che si va allargando la sfera dei fenomeni conosciuti e catalogati. Almeno per ora non ci è possibile stabilire se i fenomeni meccanici costituiscano la natura più profonda delle cose o ne siano invece l'aspetto più superficiale. Forse i fenomeni sono *tutti di uguale profondità*. Del resto nella stessa meccanica nessuno considera il principio più antico, quello della leva, come il fondamento di tutte le altre leggi. La concezione meccanicistica della natura ci appare come un'ipotesi storicamente comprensibile, giustificabile, forse anche temporaneamente utile, ma del tutto artificiosa (Mach 1977, p. 484).

Per parlare di Mach e del suo libro ho pensato di seguire un percorso – come si dice oggi – *hands-on*, il quale d'altra parte mette in atto la sua idea principale: in fisica contano i fenomeni, i fatti, più che le costruzioni teoriche ancora impregnate di metafisica.

E il fenomeno dal quale voglio iniziare è quello del secchio di acqua rotante, che Newton pose al centro della dimostrazione dell'esistenza del moto assoluto. Su questa prova si appunta, infatti, la critica di Mach diventata più famosa.

## 2. I Principia e il secchio di Newton

Nei *Principia* (Newton 1977, p. 109), Newton propose al lettore il seguente esperimento. Sospeso un secchio al soffitto con una corda, lo si faccia girare intorno a essa fino a quando questa, indurita dalla torsione, lo permette. Poi si versi dell'acqua nel recipiente e la si faccia riposare insieme a esso. Quando il pelo del liquido finalmente assume la forma piana, s'imprima al secchio un movimento circolare all'incontrario del precedente. La corda comincia a srotolarsi e l'acqua nel secchio, che prima era ferma, comincia a ruotare, assumendo via via una forma concava a causa della forza centrifuga. Tale forma è la prova, secondo lo scienziato inglese, che l'acqua rotante ora si muove di moto assoluto. Appena all'inizio, invece, quando essa era ancora piana, il moto dell'acqua, visto dal secchio, era solo relativo. Si noti che Newton non esibisce il sistema di riferimento assoluto ma lo dà per sottinteso, limitandosi a dire che il moto finale, in cui si manifesta la concavità, deve essere assoluto. È interessante la spiegazione di Mamiani:

Poiché il moto circolare gradualmente acquisito è del tutto opposto alla situazione iniziale, quando il moto relativo era massimo, Newton conclude che il moto circolare deve essere assoluto, perché aumenta in proporzione alla diminuzione del moto relativo rispetto alla secchia (Mamiani 1965, p. 60).

La prova del moto assoluto fornita da Newton, dunque, è di tipo logico, benché si appigli verbalmente al fenomeno descritto. Essa diventa convincente solo se il lettore è disponibile ad accettare che lo spazio o è assoluto o è relativo, come da lui ipotizzato poco prima nello stesso Scolio, o una via di mezzo. Ed è questa premessa che Mach rifiuta, non la dinamica del moto:

Rispondo che le cose stanno così solo se si accetta fin dall'inizio l'idea di uno spazio assoluto. Se si resta sul terreno dei fatti, egli conclude, non si conosce altro che spazi e moti relativi (Mach 1977, pp. 248-249).

Per Mach, dai fatti è lecito inferire soltanto che, alla fine, l'acqua ruota rispetto alla stanza, alla terra e, se si vuole, alle stelle fisse, ma non rispetto a uno spazio assoluto, che non si sa dove sia. Leggiamo le sue stesse parole al riguardo:

L'esperimento newtoniano del vaso pieno d'acqua sottoposto a moto rotatorio ci insegna solo che la rotazione relativa dell'acqua rispetto alle pareti del vaso non produce forze centrifughe percettibili, ma che tali forze sono prodotte dal moto rotatorio relativo alla massa della Terra e agli altri corpi celesti. Non ci insegna nulla di più (Mach 1977, pp. 248-249).

Mantenuto fermo il secchio, suggerisce poi Mach, s'immagini di far ruotare relativa-

mente a esso tutte le masse del restante universo: chi ci dice che la curvatura dell'acqua non si manifesterebbe anche in tal caso?<sup>1</sup> Solo perché questa prova è impossibile,<sup>2</sup> dobbiamo forse convincerci che esiste uno spazio assoluto che non vediamo? Aggiungiamo a questo punto che le ragioni di Newton per affermare l'esistenza dello spazio assoluto e infinito non erano fisiche ma teologiche. Lo spazio assoluto presentato nei *Principia*, infatti, è coerente con l'idea dell'esistenza di un grande contenitore spaziale di cui egli parlerà nell'*Opticks*, ma che certamente aveva già in mente a quel tempo: il *Sensorium Dei* (Newton 1704, XXVIII questione), cioè il luogo delle sensazioni in cui Dio è presente alle azioni delle cose del mondo.

Ora, mettendo da parte le parole, passiamo ai fatti proprio come dice Mach, perché in genere l'esperimento del secchio è soltanto immaginato dai lettori dei testi citati e le tesi contrastanti di Newton e di Mach non hanno modo di essere comprese nella dimensione concreta.

Undici anni fa, nel 2005, nel corso delle celebrazioni dell'anno mondiale della Fisica, l'Associazione Scienza Viva, sollecitata da Fabio Bevilacqua, volle realizzare un exhibit ispirato al secchio di Newton. A questa scelta giunse, in parte, per ricordare un caso storico in cui si discutono concetti di relatività, peraltro legato al lavoro di Einstein nel centenario del suo articolo sulla relatività ristretta, e in parte per verificare sul campo l'impatto sui visitatori di fenomeni interpretati diversamente da Newton e da Mach. L'exhibit è ben conservato ed è ancora esposto nel nostro Centro della Scienza, a disposizione degli studenti in visita alla Mostra "Le Ruote Quadrate". Esso è costituito da un grosso cilindro di plexiglas trasparente fissato su una base metallica, la quale è stata tornita *ad hoc* da un artigiano locale. I due oggetti possono ruotare insieme, intorno al loro asse, mediante un ingranaggio a questo collegato, fatto girare da una manovella laterale. Alcuni litri d'acqua occupano stabilmente circa un quarto dell'intero volume del cilindro.

All'inizio, quando la superficie del liquido è in piano, se il visitatore ruota la manovella produce lo stesso fenomeno descritto da Newton. L'acqua comincia a sollevarsi sulle pareti di plexiglas a causa della forza centrifuga che agisce sul liquido a esso aderente. Poi l'ascesa diventa più netta o, come dice Newton, cresce il suo allontanamento dall'asse, fino ad assumere la forma concava, attaccata al cilindro. Visto attraverso il contenitore trasparente, il fenomeno è incantevole, sia quando la cavità pian piano va acquistando il tipico profilo uniforme, continuo e simmetrico come quello di un calice di cristallo, sia quando increspature involontarie vi si frammischiano in modo caotico, indotte da una rotazione troppo rapida. La figura che si ottiene, insomma, ha un'estetica rara, la cui eleganza plastica è tale da farla apparire una sorta di "scultura d'acqua" (Fig. 1).

<sup>1</sup> «Si cerchi di tenere fermo il vaso newtoniano, di far ruotare il cielo delle stelle e di verificare l'assenza delle forze centrifughe» (Mach 1977, p. 246).

<sup>2</sup> Impossibile perché «l'universo non ci è dato due volte» dice Mach (1977, p. 249). In altri termini ci è dato solo così com'è, ma non pure come sarebbe utile poterlo osservare in questo caso, dopo averlo messo in rotazione rispetto al secchio fermo. Questa idea di Mach, nonostante non sia verificabile, diventa il principio che Einstein definisce *Principio di Mach*.



**Fig. 1.** La concavità acquisita dall'acqua nel cilindro rotante del nostro "Secchio di Newton"

Tutto ciò può essere visto nel video pubblicato sul nostro sito [Il Secchio di Newton].

Comunque, essendo ineliminabili le vibrazioni causate dalla manovella rotante sul pelo libero dell'acqua, l'osservatore potrebbe essere spinto a interpretarle come segno che l'acqua nel cilindro, all'inizio, non stia veramente in quiete come nel caso del secchio descritto da Newton.

C'è da dire che l'acqua, pur vibrando leggermente, in realtà non ruota, anzi ci mette del tempo prima di cominciare a ruotare col cilindro. Insomma, anche nel nostro exhibit il moto di partenza dell'acqua rispetto al cilindro è del tutto relativo. Per convincersene, è consigliabile guardare anche il seguente video [Il Secchio di Newton col guscio di noce].

Esso mostra dapprima che un guscio di noce galleggia stabile al centro del cilindro, sull'acqua ferma. Cominciando a ruotare la manovella, detto guscio oscilla un po' ma non partecipa immediatamente al moto circolare del liquido. Anzi, è considerevole il ritardo con cui quest'ultimo lo raggiunge nella parte mediana su cui si trova, coinvolgendolo definitivamente nella vorticoso rotazione generale. Ed è proprio questo video a illustrare più adeguatamente la spiegazione data da Newton che abbiamo prima considerato: c'è un trasferimento di moto da quello iniziale, che è chiaramente relativo, con la superficie dell'acqua piana o leggermente vibrante, a quello finale, nel quale l'acqua è in quiete rispetto al cilindro, ma concava. Un moto siffatto, ripeto, è assoluto secondo Newton, a prescindere da quale riferimento si usi per considerarlo, poiché non può che essere tale, visto che non è più relativo al cilindro.

D'altra parte, se tutto a un tratto il cilindro è bloccato con le mani del visitatore, si osserva la progressiva cessazione del trasferimento: l'acqua periferica rallenta rapidamente e tende a diventare piana, mentre quella al centro, pur continuando ancora per un po' a mostrare il suo profilo incurvato, ne subisce man mano gli effetti (Fig. 2). Questa variante dell'esperimento, da noi realizzata, fa capire che il ragionamento di Newton basato sul "trasferimento di moto" da relativo ad assoluto o viceversa non è arbitrario, il suo difetto deriva solo dalla natura metafisica della sua ipotesi iniziale.



**Fig. 2.** Forma della superficie dell'acqua durante la frenata del cilindro

In definitiva, il visitatore che maneggia il nostro exhibit, oltre a vedere attualizzato con esso uno degli esperimenti più antichi nella storia della scienza moderna, può anche mettersi con la giusta disposizione intellettuale per capire le non facili questioni della relatività dei riferimenti del moto che ha davanti a sé. Il dialogo con l'explainer di Scienza Viva che gli sta di fronte lo aiuterà a comprendere le interpretazioni antitetiche di Newton e Mach. E, con esse, il filo concettuale che ha ispirato Einstein. Considerare Mach in rapporto ai due illustri scienziati è forse il miglior modo per ricordarlo.

Un altro livello di fruizione dello stesso exhibit è lo scoprire coi propri occhi che la forma cava dell'acqua rotante col cilindro è parabolica. La ragione deriva dalle azioni fisiche in atto, durante il moto, sulle singole piccole masse d'acqua messe in rotazione: l'equilibrio dinamico tra la spinta d'Archimede, la gravità e la forza centrifuga agenti su ciascuna di esse. Per convincersene graficamente, basta fotografare la cavità rotante e metterla sullo sfondo di Geogebra.

Non sarà difficile eseguire a questo punto il confronto della cavità fotografata con il profilo di una parabola generica, il cui primo coefficiente può essere variato opportunamente mediante lo slider del programma (Fig. 3).



**Fig. 3.** Prova grafica con Geogebra della forma parabolica assunta dall'acqua nel cilindro rotante

Prendiamo ora in considerazione un'alternativa ancora più semplice per realizzare il famoso esperimento newtoniano: sfruttare la versione inconsapevolmente presentata da un'insegnante polacca a "Science on Stage 2013", svoltosi a Slubice. A tal proposito, si veda l'altro video [La bottiglia rotante]. Una bottiglia di plastica contenente dell'acqua è sospesa per il tappo a una cordicella e, nel modo descritto da Newton, viene prima costretta a ruotare in un verso, con la cordicella che si attorciglia su se stessa, e poi lasciata ruotare in senso opposto, liberata definitivamente dalla precedente costrizione. Appena l'ho vista, ne ho subito intuito l'utilità perché è di facilissimo impiego, evitando il ricorso al secchio o al cilindro, che sono ingombranti e poco maneggevoli, nonché alla corda attaccata al soffitto o agli ingranaggi della manovella che non tutti possono permettersi di realizzare. L'unico difetto di questo dispositivo è che il moto parabolico esibito è alquanto effimero e, per questo, le riflessioni da esso concesse non permettono una interpretazione accurata, mentre i fatti avvengono.

Nel mostrare detto fenomeno, la collega sorrideva compiaciuta, ma non aggiungeva alcun commento, come se tutto si risolvesse in un bel gioco. Per lei quel che stava eseguendo era solo qualcosa gradevole a vedersi, una dimostrazione implicita degli effetti indotti sull'acqua dalla forza centrifuga, ma niente di più. Infatti, non sentiva il bisogno di accennare, almeno in poche parole, allo spazio assoluto di Newton, alla critica di Mach e alla deduzione di Einstein, con i loro scogli concettuali tanto duri per i fisici. Nulla vieta, però, a chi ha sensibilità storica ed epistemologica di adoperare proprio tale semplicissima apparecchiatura per avvertire gli alunni della profondità concettuale dell'esperimento.

### 3. I Principi della Dinamica e la loro riformulazione

Oltre che per l'argomento del secchio di Newton fin qui esposto, Mach va ricordato anche per l'analisi critica dell'intera struttura formale che lo scienziato inglese aveva dato alla Dinamica. Egli va ricordato inoltre perché, a seguito di detto esame, tentò di riformularla in modo a parer suo più adeguato, aggiornandola alle sue visioni epistemologiche. Che si sentisse in quei tempi la necessità di rivedere l'obsoleto impianto newtoniano lo rivela anche Hertz, il quale scrive:

È molto difficile esporre i concetti introduttivi della meccanica ad attenti ascoltatori, senza qualche imbarazzo, senza avvertire il bisogno di quando in quando di chiedere scusa, senza desiderare di passare al più presto oltre i primi elementi per giungere a degli esempi che parlino da soli. Immagino che anche Newton debba aver sentito lo stesso imbarazzo (Hertz 1899).

Ma torniamo a Mach, riassumendo brevemente le questioni più rilevanti da lui affrontate nella critica a Newton.

La definizione di massa è tautologica. La massa, definita come quantità di materia di un corpo, «è la misura della medesima ricavata dal prodotto della sua densità per il volume» (Newton 1977, p. 91). Ma cosa è la densità, dice Mach, se non la massa fratto il volume ( $d = m/V$ )? Allora  $m = (m/V) \cdot V = m$ , cioè una definizione del tutto tautologica.

La prima legge della dinamica è contenuta nella seconda ( $F = ma$ ).

La prima legge enuncia: «Ciascun corpo persevera nel proprio stato di quiete o di moto rettilineo uniforme, eccetto che sia costretto a mutare quello stato da forze impresse» (Newton 1977, p. 113). Invece la seconda legge afferma: «Il cambiamento di moto è proporzionale alla forza motrice impressa, e avviene lungo la linea retta secondo la quale la forza è stata impressa» (Newton 1977, p. 114). È del tutto ovvio dunque che, se la forza è nulla, il cambiamento di moto sia anch'esso nullo, e pertanto, non essendoci cambiamento di moto, che il corpo resti fermo o si muova di moto rettilineo uniforme.

C'è circolarità tra definizione di forza e la seconda legge della dinamica.

La definizione di Newton della forza impressa (la sua quarta definizione) è la seguente: «Una forza impressa è un'azione esercitata sul corpo al fine di mutare il suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme» (Newton 1977, p. 95). La seconda legge è stata appena ricordata. Mettendole insieme si ricava: «Il cambiamento di moto è proporzionale a ciò che ha il fine di mutare lo stato di quiete o di moto rettilineo di un corpo», dunque è proporzionale a se stesso. Si tratta dunque di un'altra circolarità concettuale.

Mach scrive a tal proposito:

Si vede subito che la prima e la seconda legge sono già contenute nella definizione della forza, secondo la quale senza forza non si verifica accelerazione, e quindi si verifica quiete o moto rettilineo uniforme. Dire che la variazione del moto è proporzionale alla forza, dopo che l'accelerazione è stata definita come misura della forza, significa cadere in una tautologia inutile. Per evitarla sarebbe stato sufficiente chiarire che le definizioni premesse non sono definizioni matematiche arbitrarie, ma proprietà dei corpi date dall'esperienza (Mach 1977, p. 262).

Con tale intento, Mach provò a riformulare la Dinamica sostituendo gli enunciati newtoniani con altri che avessero, a suo giudizio, «maggiore semplicità e migliore ordine metodologico» (Mach 1977, p. 263). Lo fece seguendo l'impostazione più coerente con il suo punto di vista di empiriocriticista: economica, per essere meglio appresa dagli studenti, e antimetafisica, depurata dagli orpelli che non vengono dall'esperienza.

La prima legge di Mach diventò una proposizione sperimentale: «Corpi posti l'uno in presenza dell'altro determinano, in circostanze che devono venire stabilite dalla fisica sperimentale, *accelerazioni* opposte l'una all'altra nella direzione della loro linea di unione. (La legge d'inerzia è già contenuta in questa proposizione.)» (Mach 1977, p. 263).

E per superare la difficoltà presentata dal concetto newtoniano di massa egli introdusse al suo posto la seguente definizione: «Il rapporto delle masse dei due corpi è il rapporto inverso delle loro rispettive accelerazioni preso con segno negativo» (Mach 1977, p. 263).

Non importava che questo significasse impiegare il contenuto sperimentale della terza legge di Newton:  $m_2 = -m_1 \cdot a_1/a_2$ .

La seconda legge di Newton diventò la definizione del concetto di forza: «Una forza motrice è il prodotto della massa di un corpo per l'accelerazione impressagli» (Mach 1977, p. 263). La disinvoltura di questa decisione lascia davvero a bocca aperta chi ritiene che  $F = ma$  sia l'equazione fondamentale della Dinamica e non una definizione. È

interessante riportare a questo punto l'opinione di Poincaré, espressa sulla stessa scia riformatrice di Mach:

I principi della dinamica ci apparivano, in principio, come verità sperimentali. Ma siamo stati obbligati a impiegarli come definizioni. È per definizione che la forza è uguale al prodotto della massa per l'accelerazione. Ecco un principio posto ormai al di fuori degli attacchi di ogni altra ulteriore esperienza. Ed è ancora per definizione che l'azione è uguale alla reazione. Ma allora, si dirà, questi principi inverificabili sono assolutamente privi di ogni significato, l'esperienza non può contraddirli, ma non possono insegnarci nulla di utile. Perché allora studiarli? (Poincaré 1989, p. 119).

Lo stesso Poincaré, inoltre, sostenendo viepiù l'idea di Mach che la Meccanica è un prodotto storico e non una verità dogmatica, aggiunge poco dopo:

La legge dell'accelerazione, la regola di composizione delle forze, non sono, dunque, che convenzioni arbitrarie? Convenzioni, sì; arbitrarie, no. Lo sarebbero se si perdessero di vista gli esperimenti che hanno indotto i fondatori della scienza ad adottarle, e che, per quanto imperfetti siano, bastano a giustificarle. È utile, di tanto in tanto, riportare la nostra attenzione sull'origine sperimentale delle convenzioni (Poincaré 1989, p. 123).

Insomma, si andò affermando un filone di pensiero secondo il quale, come dice Alfonsina D'Elia:

i concetti e i principi, la teoria meccanica stessa possono essere detti convenzionali. Essi rispecchiano la conoscenza relativa di un'epoca storica, di una condizione umana (Mach 1977, Introduzione, p. 21).

Della riformulazione della Dinamica di Mach oggi nessuno ricorda granché, perché non ebbe successo. Tuttavia è certo che, attraverso Hertz e Poincaré e via via, in seguito, attraverso finanche il PSSC, il PPC ed altri importanti testi didattici ancora, essa ha alimentato la tendenza ad accettare la didattica della fisica come metodo convenzionale per risolvere i problemi. Kuhn avrebbe definito questo aspetto come paradigmatico. Non potendo sviluppare fino in fondo qui questo tema, ci limitiamo a coglierne la presenza in certe affermazioni che compaiono nei moderni libri di testo di fisica, ad esempio l'Halliday-Resnick, sul quale si sono formate generazioni di studenti universitari:

Anche se non capirete completamente ciò che le leggi della dinamica dicono, disponetevi a risolvere il vostro problema nella maniera approvata e tutto andrà bene (Halliday, Resnick 1960, pp. 88-89).

**Bibliografia**

- Halliday D., Resnick R. (1960). *Physics*. New York: Wiley & Sons.
- Hertz H. (1889). *Principles of Mechanics*. New York: Macmillan.
- Hertz H. (1894). *Die Prinzipien der Mechanik in neuen Zusammenhänge dargestellt*. Leipzig: Barth. [Traduzione italiana in Gottardi G. (a cura di) (1996). *I principi della meccanica (presentata in connessione nuova)*. Pavia: La Goliardica Pavese].
- Newton I. (1704). *Opticks, or a treatise on the reflexions, refractions, inflections and colours of light*. London: Smith.
- Newton I. (1977). *Principi Matematici della filosofia naturale*. Torino: UTET.
- Mach E. (1977). *La Meccanica nel suo sviluppo storico critico*. Torino: Boringhieri.
- Mamiani M. (1995). *Newton*. Firenze: Giunti Lisciani.
- Poincaré H. (1989). *La scienza e l'ipotesi*. Bari: Dedalo.

**Sitografia**

- [Il Secchio di Newton]. URL: <[http://www.scienzaviva.it/video\\_Newton\\_2017\\_03.php](http://www.scienzaviva.it/video_Newton_2017_03.php)> [data di accesso: 30/04/2017]
- [Il Secchio di Newton col guscio di noce]. URL: <[http://www.scienzaviva.it/video\\_Newton\\_2017\\_02.php](http://www.scienzaviva.it/video_Newton_2017_02.php)> [data di accesso: 30/04/2017].
- [La bottiglia rotante]. <[http://www.scienzaviva.it/video\\_Newton\\_2017.php](http://www.scienzaviva.it/video_Newton_2017.php)> [data di accesso: 30/04/2017].

# **An algorithm-based introduction to the evolution of physical systems**

Eliana D'Ambrosio - Dipartimento di Fisica "Ettore Pancini", Università degli Studi di Napoli "Federico II" - elianadambrosio5@gmail.com

Rodolfo Figari - Dipartimento di Fisica "Ettore Pancini", Università degli Studi di Napoli "Federico II" - figari@na.infn.it

Emilio Balzano - Dipartimento di Fisica "Ettore Pancini", Università degli Studi di Napoli "Federico II" - balzano@na.infn.it

*Abstract:* We propose a unified introduction to evolution equations of classical and (simple) quantum physical systems. Our attempt is to circumvent the lack of mathematical knowledge with the use of simplified forms of numerical analysis. We consider a discretized space-time where the evolution equations become recurrence relations that students are first required to handle with the use of a spreadsheet. Given any initial condition, solutions at any future time are computed and graphically represented. The continuous space-time limit is then qualitatively obtained looking at the solutions on a scale where discretization become unnoticeable, avoiding all mathematical details. The aim is to allow students to autonomously examine dynamical features of complex systems whose study is generally considered too complicate to be part of a Physics course in high school as well as in the college level General Physics courses (e.g. many body gravitational systems, large amplitude pendulum oscillations, stochastic dynamical laws, quantum wave packet evolution etc.). In this way students can investigate the effectiveness of dynamical laws in modeling the evolution of real world systems.

*Keywords:* Physics education, dynamic laws, learning modern physics, numerical solution algorithm, secondary school.

## **1. Introduction**

The Italian Ministry of education guidelines about Physics teaching recommend that the new generations' scientific knowledge includes some selected items of modern physics (Indire). Nevertheless, teachers meet known pedagogical difficulties in complying such recommendations. On one hand, high school students do not have the mathematical skills needed for an introduction, not simply informational of the modern theories

basics. On the other hand, the educational laboratories have not available the experimental setups necessary to reproduce key experiments in modern physics. Furthermore, the experiments outcomes are massively interpreted by the use of the theory itself. Consequently, the implementation of the guidelines about new Physics teaching is highly problematic.

These difficulties insert themselves in a context that is already fragile: in fact, students seem not to be very keen on Physics and, more in general on Science. Physics is often taught as an arid list of laws or as fragments of knowledge linked only by the chronological order in which they were discovered. Some European researchers (Sjøberg 2002) are convinced that a probable cause of the lack of interest in Physics is the way in which the subject is presented: it is often overloaded with information and data and tends to provoke “a mechanical learning without a deeper comprehension” instead of focusing on “big and fundamental ideas and principles”.

Most of the introductions to quantum physics trying to comply with the guidelines use a historical approach. Even though it is essential to show the incompatibility between experimental evidence and classical knowledge, such an approach cannot be adopted rigidly.

For example, high school students are generally not introduced either to the problem of equilibrium of classical radiation in a cavity or to the radiation by accelerated charges. As a consequence they cannot catch the reasons of Planck's hypothesis and the absence of stable orbits for classical point charges in mutual interaction. So it is evident that, in order to draw concretely achievable introductions in the high school, it is necessary to take into consideration students' knowledge.

Nowadays many scientific education researches indicate the importance of using technological applications as teaching support: in fact, they are important resources to comprehend the physical world with a scientific approach. Both new technological tools and common software (i.e. database, spreadsheets, graphics programs, etc.) are considered as key elements for the development of teaching and learning, as well as modeling, visualization and simulation of processes. Their effectiveness is especially evident in the presentation of physical models. In this domain, the information technology enables to explore phenomenology and theory; it also helps to understand the transition from the physical world to the abstract structure representing it. It is well known that this passage is not so straightforward in quantum physics. Several teaching strategies suggest the use of specific software and multimedia presentation to introduce basic concepts in modern physics and quantum physics in particular (Muller, Wiesner 2002; Zollman *et al.* 2002; Kohnle *et al.* 2010). The goal is to fill the gap between the abstract formalism of quantum mechanics and the qualitative understanding necessary to explain, comprehend and predict the evolution of physical systems. Other educational approaches show that computational physics, besides being an effective way to find approximate solutions to specific problems in the absence of advanced mathematical knowledge, can help students to understand the basic physics concepts (Hugdall, Berg 2015). In this last direction, in particular by using simplified forms of numerical analysis, we propose a unified introduction to the dynamical equations of physics with the aim to allow students to investigate the evolution of classic systems as well as of stochastic and

quantum systems and to approach both the theoretical features and the computational aspects of the evolution equations.

## 2. An algorithm-based introduction to the evolution of physical systems

Our idea is to simplify the computational methods to adapt them to computer skills of high school students. So we propose an approach to numerical computation through recursive algorithms that will be implemented by a spreadsheet. We chose it as computer support because it is largely used in school contexts and because we consider it an ideal environment for an intuitive approach to numerical solutions of the differential equations governing a theory. In this way, without having previous knowledge of programming languages, students can easily implement the algorithm and focus their attention on relevant dynamical features of the solutions.

More precisely, we consider a discretized space-time where the evolution equations become recurrence relations that students are first required to handle with the use of a spreadsheet. Given any initial condition, solutions at any future time are computed and graphically represented. The continuous space-time limit is then qualitatively obtained looking at the solutions on a scale where discretization become unnoticeable, avoiding all mathematical details. However, it is clear that the student should be convinced about the fact that as long as there is no absolute minimal time interval value (as it is the case when a continuous model of time is assumed) a rigorous theory is missing until the value of  $t$  remains unspecified. In this way we suggest a unified methodology to analyze the evolution laws of classical, stochastic and (simple) quantum systems. In our opinion, there are some advantages in such a presentation that are worth mentioning:

- the dynamical laws are not simply stated, but analyzed on the basis of their effectiveness in modeling the evolution of real world systems;
- students are enabled to autonomously examine dynamical features of complex systems, whose study is generally considered too complicate to be part of a Physics course in high school as well as in the college level General Physics courses (e.g. many body gravitational systems, large amplitude pendulum oscillations, stochastic dynamical laws, quantum wave packet evolution etc.);
- students are provided with some preliminary skill for examining how solutions depend on the initial conditions and on dynamical parameters;
- the possibility to compute and analyze approximate solutions of the evolution laws allows to make a first comparison between classical, stochastic and quantum world, to highlight the distinctive role played by probability in different contexts and to appreciate to what extent classic categories lose their meaning in the quantum context.

The only prerequisite to our algorithm-based introduction to the evolution of physical systems consists in knowledge of vector algebra and of some concepts of kinematics that supply the following equalities about the variation of position and velocity:

- The total displacement is equal to sum of  $N$  displacements between any time  $t$  and its next  $t + \Delta t$ , and each displacement is given by the “average velocity” (in the time interval  $\Delta t$ ):

$$\begin{aligned} \vec{r}(t_N) - \vec{r}(t_0) &= \sum_{i=1}^{i=N} (\vec{r}(t_i) - \vec{r}(t_{i-1})) = \sum_{i=1}^{i=N} \frac{(\vec{r}(t_i) - \vec{r}(t_{i-1}))}{t_i - t_{i-1}} (t_i - t_{i-1}) \quad (1.1) \\ &\cong \sum_{i=1}^{i=N} \vec{v}_{t_{i-1}, t_i} (t_i - t_{i-1}) \end{aligned}$$

with the “average velocity” between times  $t$  and  $t' > t$  defined as

$$\vec{v}_{t, t'} \equiv \frac{\vec{r}(t') - \vec{r}(t)}{t' - t}.$$

- In the same way, the total velocity variation is

$$\begin{aligned} \vec{v}(t_N) - \vec{v}(t_0) &= \sum_{i=1}^{i=N} (\vec{v}(t_i) - \vec{v}(t_{i-1})) = \sum_{i=1}^{i=N} \frac{(\vec{v}(t_i) - \vec{v}(t_{i-1}))}{t_i - t_{i-1}} (t_i - t_{i-1}) \quad (1.2) \\ &\cong \sum_{i=1}^{i=N} \vec{a}_{t_{i-1}, t_i} (t_i - t_{i-1}) \end{aligned}$$

defining the “average acceleration” between times  $t' > t$  as

$$\vec{a}_{t, t'} = \frac{\vec{v}(t') - \vec{v}(t)}{t' - t}$$

### 2.1. Classical dynamics

The evolution equations of classical dynamics can be presented retracing Newton’s ideas about the reconstruction of the planets motion evolution. Newton’s idea consisted in attributing preliminarily a cause to the motion of bodies: the “forces” acting on them. Then, in detailing quantitatively their effects. According to the laws of motion, forces, expressing the interaction between bodies, generate velocity changes. He realized that a large class of motions (the “natural ones”) could be explained with the single hypothesis of the existence of the gravitational force acting between material bodies.

In this way, he was able to make available a unified explanation of the Keplerian orbits of planets, of the free fall motion of bodies close to the earth surface, of the small oscillations of the pendulum etc.

The “two steps” procedure conceived by Newton to compute solutions of the dynamical equations (used in particular in the analysis of the “two-body problem”) consists in solving for “short  $\Delta t$ ” the following pair of recurrence equations:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(t + \Delta t) - \mathbf{x}(t) = \mathbf{v}(t) \cdot \Delta t \\ \mathbf{v}(t + \Delta t) - \mathbf{v}(t) = \mathbf{F}(\mathbf{x}(t), t)/m \cdot \Delta t \end{cases} \quad (1.3)$$

where the a-priori known  $F(x(t), t)$  is the force acting on the pointlike body at instant  $t$  (when it is in the position  $x(t)$ ).

When position and velocity (and, in turn, the force) are known at the initial time, the recurrence equations return position and velocity at any time  $n\Delta t$ . The Newton procedure (1.3) can be implemented in the spreadsheet. Each computational step consists in fact in the copy and paste of the previous line, where the recursion formulas are written via relative references (apart from fixed parameters appearing as absolute references).

The algorithmic calculation is easily approachable by new generations of students (born with the computer) and put into their hands the great predictive power of the dynamics laws. The procedure outlined above can be applied to few examples of classical systems, which are considered, in general, too complicate to be presented in an elementary physics course. The aim is to show that the acquisition of qualitative and quantitative understanding of relevant features of the evolution of complex system is surely within high school students’ reach.

In the following we desire to mention all the paradigmatic cases we examined via numerical computation implemented in a spreadsheet.<sup>1</sup>

It is possible to apply the numerical computation procedure of the solution to (1.3) to the case of the *oscillatory motion of a pendulum*, for generic initial conditions, in presence of viscous friction. It is well known that the outing by the condition of small-amplitude oscillations, the equations become strongly non-linear and their analytical solution is highly problematic. On the contrary the computational procedure, does not present any difficulty: more precisely it does not change in any way.

Another paradigmatic case the computational scheme allows to cope with is the *gravitational many-body problem*. It is in fact possible to investigate numerically the evolution of a simplified circular restricted three body planetary system which allowed Euler as the first (and then Lagrange and Poincaré as the last) to understand and compute the secular variations of planet orbits. It was the starting point of the investigations about the stability of the solar system, undoubtedly, the greatest success of Newtonian mechanics.

With the same procedure, also the dynamics of classical fields can be investigated. The numerical analysis of the evolution equations of a spatially continuous system requires discretization also of the spatial coordinates. Classical fields become functions

---

<sup>1</sup> All the simulations carried out by us and presented in this paper, along with other supporting materials, will be available on the website managed by the scientific education research group based in [Università degli studi di Napoli Federico II, Dipartimento di Fisica “Ettore Pancini”], URL: <<http://lp.fisica.uninapoli.it/index.php/it>> [data di accesso: 12/09/2017].

on a discrete space-time lattice. The *longitudinal vibrations of an elastic string* represent the simplest example.

## 2.2. Stochastic dynamics

The term stochastic dynamics refers to mathematical models. Starting from the analysis of the Brownian motion, physics begins to develop models of complex systems where it is possible to give only a probabilistic description of the evolution of the system. In same way as before it is possible to analyze stochastic processes in a discretized space-time (in particular Markov processes) where the evolution equations are equation for probability densities.

This is the case of *Brownian motion*, the random motion of particles in a fluid. The interaction between the Brownian particles and the molecules of the fluid cannot be accurately characterized dynamically, so the model supplies an evolution dynamics of the position probabilities. In particular, processes “without memory” are characteristic of these dynamics: the position at time  $n + 1$  depends only on position at the previous instant  $n$  (characteristic of Markov processes). For example, we consider a particle that moves in a one-dimensional lattice. It is assumed that probability for the particle of being in  $i$ , at instant  $n + 1$ , is given by the sum of probabilities that particle is, at the previous instant  $n$ , in one of the points of lattice that, with one step, lead to the point  $i$ , multiplied for the respective probability of transition to  $i$ . So, the evolution of probability is governed by:

$$P_i^{(n+1)} = P_{i,i-1}P_{i-1}^{(n)} + P_{i,i+1}P_{i+1}^{(n)} - P_{i,i}P_i^{(n)} \quad (1.4)$$

If we consider equal to zero the probability for particle to remain in the point already occupied and consider equal probabilities of selecting the forward and backward transitions, the equation (1.4) becomes:

$$P_i^{(n+1)} = \frac{1}{2}P_{i-1}^{(n)} + \frac{1}{2}P_{i+1}^{(n)}. \quad (1.5)$$

When the evolution of probabilities of physics system configurations is analyzed, necessarily involves previous knowledge of some basic elements of theory and calculus of probability, of the concepts of joint and conditional probability, transition probabilities, Bayes' theorem, etc.

The equation (1.4), implemented in the spreadsheet, gives easily the position probability evolution of a Brownian particle. It is possible to visualize the spread of probability density, which, in the long run, tends to a uniform distribution.

The investigation can be generalized *analyzing Brownian motions overlaid with deterministic motion* or considering *motions in two dimensions* (in a bi-dimensional lattice). It is also possible to examine the *Langevin approach* to Brownian motion (based on forces acting on particle) without using any further technical skills.

### 2.3. Quantum dynamics

The same procedure can be applied to a presentation of quantum mechanics in a discretized space-time. Quantum mechanics comes from the need to justify the large amount of experimental evidence obtained on the interaction between radiation and matter. In particular, from the phenomenology of matter waves, i.e. from the two-slit experiment with electrons, come to light two fundamental aspects of quantum theory: “it is only possible a probabilistic description of the events” and “something evolves like the wave” (Bell 1987). Such statements are in respect of the fact that, in repeated tests, the impacts of electrons on a screen are distributed in different points of space, despite the identical preparation of the initial state. Additionally, the figure resulting from many electron impacts is similar to the typical interference figure of spherical waves emitted by two point sources.

Consequently, quantum mechanics can only provide calculus formulas for the probability to observe specific values of physical observables; furthermore the observations of the interference phenomena of matter waves suggest that the state of quantum particle can be associated with a vector, as the electric and magnetic fields, having values in all the points in space (a vector field).

Assuming, as previously done, the space as a large lattice (for neglecting what happens at the edges) with a very small spacing (as to confuse a discrete space with a continuous), it is possible to make an “axiomatic” presentation of the basic principles of quantum mechanics. The revisited postulates, concerning state and probability, assume the following form:

- The state of a particle at any time  $n$  is specified by the association, at each point  $i$  of the lattice, of a vector with two components:

$$\vec{\psi}_i(n) = \{x_i(n), y_i(n)\}$$

- The probability to find the particle at the point  $i$ -th of lattice, at time  $n$  is

$$P_i(n) = |\psi_i(n)|^2 = x_i^2(n) + y_i^2(n)$$

- Since the particle is necessarily somewhere, it is true that

$$\sum_i (x_i^2(n) + y_i^2(n)) = 1$$

The equations of quantum dynamics are evolution equations for the components of the vector  $\Psi$ :

$$\begin{cases} x_i(n+1) - x_i(n) = [-\frac{1}{2}y_{i+1}(n) - \frac{1}{2}y_{i-1}(n) + y_i + V_i y_i(n)]\Delta t \\ y_i(n+1) - y_i(n) = [+ \frac{1}{2}x_{i+1}(n) + \frac{1}{2}x_{i-1}(n) - x_i + V_i x_i(n)]\Delta t \end{cases} \quad (1.6)$$

Also in this case, if the quantum state  $\Psi$  is known at any particular instant of time, the solution follows for any time thereafter. Now, we want to highlight two fundamental aspects emerging from a comparison between the equations of stochastic dynamics and quantum: firstly, the similarity of the equation (1.6) with the equations of position probability evolution in the case of Brownian motion (1.4) e (1.5) and secondly, that what is evolving in quantum mechanics it is not the probability but only the auxiliary vector.

In the spreadsheet, it is possible to investigate a simple model of *interference of "matter waves"*. The use of the spreadsheet allows highlighting how the evolution of a free quantum particle in a superposition state (each described by a wave packet) differs from the one of a classical particle undergoing a stochastic dynamics.

It is also possible to treat the *quantum harmonic oscillator*. It is the simplest case of the quantum system presenting *bound states* and *"almost classic" states*. The only prerequisite to computation of the equations (1.6) is the knowledge of elastic potential. Using a spreadsheet, we can prove that for initial conditions corresponding to standing waves and running waves, the evolution corresponds respectively to the two states above mentioned.

As a final remark we want to mention that in this paper is not suggested that evolution equations are the only things that should be taught in classical and quantum mechanics. We only stress the importance of the dynamic laws in the predictive power of the theory. Moreover, allowing students to put their hands in calculation of the physics system's evolution, we think to convey them the astonishment in regard of the effectiveness of a theory.

## References

- Bell J.S. (1987). *Speakable and unspeakable in quantum mechanics*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Hugdahl G., Berg P. (2015). "Numerical determination of the eigenenergies of the Schrödinger equation in one dimension". *European Journal of Physics*, 36, 045013.
- [Indire]. URL: <[http://www.indire.it/lucabas/lkmw\\_file/licei2010/indicazioni\\_nuovo\\_impaginato/decreto\\_indicazioni\\_nazionali.pdf](http://www.indire.it/lucabas/lkmw_file/licei2010/indicazioni_nuovo_impaginato/decreto_indicazioni_nazionali.pdf)> [access date: 31/03/2017].
- Kohnle A., Douglass M., Edwards T.J., Gillies A.D., Hooley C.A., Sinclair B.D. (2010). "Developing and evaluating animations for teaching quantum mechanics concepts". *European Journal of Physics*, 31, pp. 1441-1455.
- Müller R., Wiesner H. (2002). "Teaching quantum mechanics on an introductory level", *American Journal of Physics*, 7, pp. 200-209.
- Sjøberg S. (2002). *Science and technology education current challenges and possible solutions*, in Jenkins E. (ed.), *Innovations in science and technology education*, vol. 8. Paris: UNESCO.
- Zollman D.A., Rebello N.S. Hogg K. (2002). "Quantum mechanics for everyone: Hands-on activities integrated with technology". *American Journal of Physics*, 70, pp. 252-259.

## **A theorem about stars that could have improved the functioning of the internal combustion engine**

Vincenzo Favale - Associazione Scienza Viva, Calitri - favalevincenzo@tiscali.it

*Abstract:* The Tusi couple is a mechanical device working according to the Theorem of Nasir al-Din al-Tusi, mathematician, astronomer, philosopher and theologian of the XIII century Islamic Persia. This theorem states that: *if a circle rolls internally to another of double radius with uniform angular speed, each point of it moves in a rectilinear harmonic motion.*

Tusi developed this theorem in the cultural period influenced by Ptolemaic system, in order to simplify the astronomical calculations of the time. Copernicus used this theorem in composing his famous *De revolutionibus orbium coelestium* in 1543.

*Keywords:* Tusi theorem, Ptolemaic system, Copernicus.

Un fisico di una certa età, dopo aver trascorso una vita a insegnare elettronica, in verità può provare ancora tanto gusto a leggere qualche buon libro di storia della scienza. Il testo, stavolta, ha per titolo *La genesi della scienza*, nella traduzione italiana (Hannam 2014). L'autore, con uno stile semplice e scorrevole, ripercorre le tappe del cammino della scienza nella storia.

L'astronomia è certamente tra le scienze che maggiormente hanno accompagnato il cammino dell'uomo da millenni e Copernico, nel 1543, con il suo *De revolutionibus orbium coelestium*, delinea quel cambiamento di mentalità che, in senso reale e metaforico, chiamiamo *rivoluzione copernicana*. Quest'opera rappresenta, con le sue implicazioni, uno dei pilastri su cui si fonda la nostra civiltà. Tuttavia Copernico, nel mettere il Sole al centro dell'universo con i pianeti che girano intorno ad esso, raccoglie gli sforzi che per millenni altri studiosi hanno profuso per capire com'è fatto l'universo. La scienza greca, con Aristotele, trecento anni prima della nostra Era, aveva delineato la struttura dell'universo in un modello così convincente da reggere per oltre milleottocento anni. In tale modello la Terra era al centro dell'universo e tutti gli altri astri, Sole compreso, giravano intorno ad essa. Le orbite erano rigorosamente circolari, anzi vincolate a dei gusci sferici come di cristallo, e perciò solidi e trasparenti, che reggevano gli astri evitando che ci cadessero addosso. Oggi, però, basta una buona macchina fotografica per smentire la circolarità di dette orbite. Infatti, interponendo un apposito filtro, possiamo fare un semplice esperimento: fotografiamo il Sole a giugno e a dicembre, restando attenti a regolare la macchina esattamente allo stesso modo.



**Fig. 1.** Il Sole a giugno e a dicembre 2015

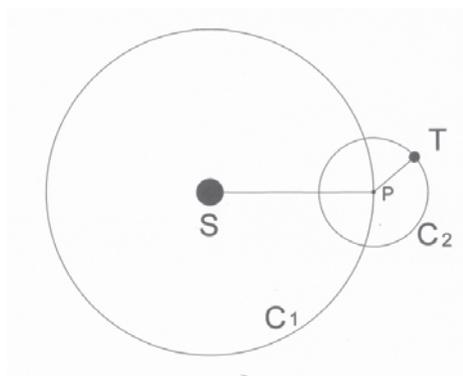
Ecco in Fig. 1 le foto di giugno e dicembre 2015. Si evidenziano sul disco anche delle *macchie solari* molto appariscenti.

Nella figura, a sinistra, confrontiamo la foto di giugno e quella di dicembre 2015, mentre a destra le sovrapponiamo e ci accorgiamo che l'immagine di dicembre è più grande di quella di giugno. Deduciamo, giustamente, che il Sole a dicembre è più vicino alla Terra, perciò, anche se adottassimo una visione tolemaica, dovremmo dedurre che l'orbita percorsa dal Sole non può essere circolare. Al tempo di Aristotele non c'erano le macchine fotografiche; tuttavia praticando un forellino sulla parete di una stanza rivolta al Sole, sulla parete opposta avrebbero visto un'immagine del Sole. Sistemando le condizioni geometriche, avrebbero potuto misurare il diametro dell'immagine solare e confrontare i valori di giugno e dicembre. Insomma, anche allora potevano essere in grado di dedurre che il Sole in giugno era più lontano dalla Terra rispetto a dicembre.

Alcuni astri, tra cui Marte e Venere, in certi momenti sembravano addirittura tornare indietro (moto retrogrado), ma gli antichi, tenacemente convinti com'erano nel credere che le orbite fossero rigorosamente circolari, cominciarono a pensare che la variazione di distanza degli astri che ruotavano intorno alla Terra e il moto retrogrado fossero dovuti a *combinazioni* di moti comunque circolari. Ricordiamo che anche Galileo, che pagò con gli arresti domiciliari a vita il fatto di aver sposato la teoria copernicana che voleva il Sole al centro dell'universo, era tuttavia convinto che le orbite dei pianeti fossero *combinazioni di moti circolari*. Fu Keplero, pochi decenni dopo Galileo, a insegnarci che le orbite dei pianeti sono, invece, ellissi, formulando le sue famose tre leggi. Newton scoprì la *legge di gravitazione universale* e con la sua formula, data opportunamente in pasto ai nostri computer, riusciamo oggi a calcolare e seguire le orbite degli astri che girano intorno a un astro maggiore, verificando le *leggi di Keplero*.

Facciamo però un salto indietro, nel tempo e nello spazio, per accorgerci di un personaggio parimenti straordinario, che non faceva parte del nostro mondo culturale. Nella Persia del XIII secolo visse Nasir Al-Din Al-Tusi (1201-1274), matematico, astronomo, teologo, filosofo e quant'altro. Scrisse addirittura un trattato di *trigonometria* e lo fece duecento anni prima dei nostri matematici europei. Per valutare a fondo la sua figura, dovremmo essere a conoscenza della lingua persiana ed esperti nelle discipline in cui ha dato il suo notevole contributo, e anche su Internet è reperibile una ricca bi-

bliografia. Anche lui, per quanto riguarda l'astronomia, partiva dalle ipotesi degli antichi greci.



**Fig. 2.** Deferente ed epiciclo

Rifacciamo il ragionamento dei sapienti di allora riferendoci alla Fig. 2. Se l'astro T si muove intorno all'astro S, potremmo pensare che T descrive una circonferenza  $C_2$  avente per centro P, il quale, a sua volta, gira su una circonferenza  $C_1$ , avente per centro S. Il moto di T intorno a S risulta come combinazione di due moti circolari. La circonferenza  $C_1$  costituisce il *deferente* (letteralmente “che porta fuori”) e  $C_2$  l'*epiciclo* (letteralmente “che ruota fuori”) di questo moto. Gli antichi vedevano, ad esempio, che il pianeta Venere si trovava al momento a sinistra del Sole (e lo chiamavano Vespero, ovvero Stella della Sera), quattro mesi dopo a destra del Sole (e lo chiamavano Lucifero, ovvero Stella del Mattino) e con questo modello potevano giustificare che esso girasse intorno al Sole e con questo intorno alla Terra.

Oggi possiamo vedere ST come un vettore, somma dei vettori SP e PT e, stabilendo come variano nel tempo SP e PT, possiamo trovare la traiettoria di T. Basta uno strumento come EXCEL per effettuare i calcoli e far disegnare il diagramma della traiettoria di T. In un lavoro a parte, con modeste conoscenze di calcolo vettoriale e di trigonometria, affrontiamo molti casi di traiettorie.

La speculazione matematica di Tusi aveva, tuttavia, una sua speciale originalità per il motivo che adesso spieghiamo. Ci riferiamo alla Fig. 3.

Immaginiamo una circonferenza di centro O e raggio  $OT = R$ . Sorvoliamo sul simbolismo matematico, poco ortodosso per semplicità tipografiche. Immaginiamo una seconda circonferenza, interna alla precedente, di raggio  $OQ = R/2$ . Essa, inizialmente è tangente alla circonferenza grande in T e rotola al suo interno. Chiamiamo P(x,y) il punto in cui la circonferenza piccola, rotolando, incontra la retta OT. Nella circonferenza piccola, PQR e POR sono rispettivamente angolo al centro e angolo alla circonferenza che insistono sull'arco RP. Un noto teorema di geometria euclidea (enunciato come *teorema dell'angolo al centro*), certamente ben noto a Tusi, assicura che, se  $POR = \alpha$ ,

$PQR = 2\alpha$ . Gli angoli (in radianti), moltiplicati per il raggio, danno l'arco di circonferenza su cui insistono. Così nella circonferenza grande:

$$RT = R * \alpha,$$

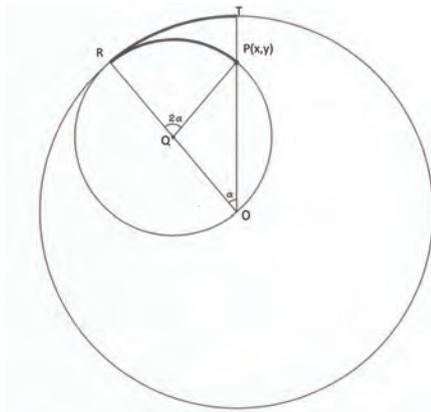
e nella piccola:

$$RP = R/2 * 2\alpha.$$

Cioè

$$RP = RT.$$

Gli archi uguali indicano inequivocabilmente il moto di *rotolamento*. Ebbene, se la circonferenza piccola rotola all'interno di quella grande, il punto P, partendo da T, si muove sulla retta TO. Ed ecco una possibile formulazione del *Teorema di Tusi*: *se una circonferenza rotola all'interno di un'altra circonferenza di raggio doppio, un punto P della piccola si muove su una retta che unisce il punto di tangenza iniziale con il centro della circonferenza maggiore.*



**Fig. 3.** Il Teorema di Tusi

Si osserva pure che  $RPO = 90^\circ$ , poiché esso è inscritto in una semicirconferenza. Di qui, come si vede dalla figura,

$$PO = RO \cos \alpha,$$

$$PO = R \cos \alpha.$$

Cioè, se la circonferenza piccola rotola di *moto angolare uniforme*, P si muove di *moto armonico*.

La scoperta di Tusi mostrava che, per effetto del rotolamento, *da un moto circolare si poteva ottenere un moto rettilineo*. Copernico venne certamente a conoscenza della scoperta di Tusi. In Fig. 4 riportiamo le foto del manoscritto arabo di Tusi e del testo latino di Copernico.



Fig. 4. Manoscritto di Tusi (sinistra) e testo di Copernico (destra)

Nel linguaggio degli antichi astronomi potremmo dire che la circonferenza piccola funge da *epiciclo*, mentre il centro di questa si muove su una circonferenza di raggio  $R/2$ , concentrica con quella grande, che fa da *deferente*. Nella Fig. 4, che riprende l'opera di Copernico, si vedono bene tutte e due.

Il moto rettilineo scaturito da combinazioni di moti circolari restò dunque una possibile peculiarità dei movimenti astronomici, ma la cosa, a quanto pare, non ebbe seguito e, soprattutto, dagli astri non scese sulla Terra.

Col senno di poi, potremmo dire che i meccanici del secolo XIX, se avessero usato il *meccanismo di Tusi*, avrebbero potuto costruire *macchine oscillanti azionate da una ruota*, in vari campi in cui si rendono necessarie, ad esempio in agricoltura per realizzare macchine per cernere i cereali.

L'associazione culturale "Scienza Viva" ([www.scienzaviva.it](http://www.scienzaviva.it)) si propone da decenni di rendere i concetti scientifici fruibili e verificabili con le proprie mani. I fenomeni fisici sono riprodotti mediante exhibit da azionare direttamente. Perciò abbiamo voluto realizzare due modelli del meccanismo di Tusi, uno azionabile a mano e l'altro comandato da un motorino elettrico.

Quello della Fig. 5 è azionabile a mano. Il rotolamento è ottenuto mediante accoppiamento di ruote dentate. Sulla circonferenza piccola è fissato l'estremo di un'asticella, retta da una lamina forata sul bordo della circonferenza grande.



Fig. 5. Realizzazione dell'exhibit del meccanismo di Tusi

Le foto non rendono bene il movimento, ma si nota che l'asticella *si sposta in modo lineare* durante il movimento delle ruote. Sul sito di Scienza Viva è visibile il filmato del movimento.

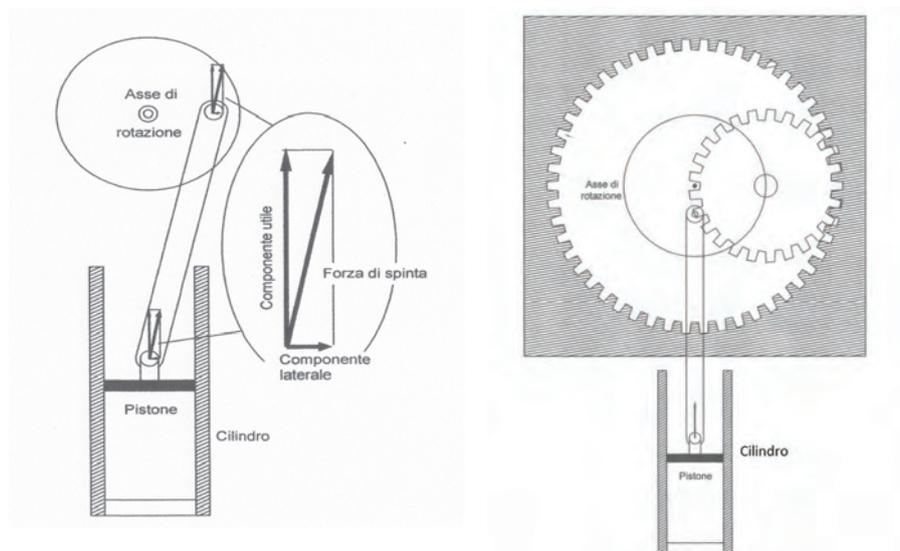
L'asse della circonferenza grande è attivato a mano da un pomello non visibile nelle foto, ma il modello evidenzia molto bene *la trasformazione del moto circolare in moto lineare*.

Abbiamo accennato al fatto che la trasformazione del moto circolare in moto lineare potrebbe comportare implicazioni terrestri, ad esempio, nelle macchine agricole. Ma, avendo fra le mani il modello, si osserva facilmente che il meccanismo di Tusi è *reversibile*. Cioè, attivando a mano l'asticella, *si trasforma il moto lineare in moto circolare*.

Il *motore a scoppio*, questa meravigliosa invenzione che ha, di fatto, rivoluzionato la nostra civiltà, è stato concepito come un sistema in cui il vapore o un gas, espandendosi all'interno di un cilindro, muove linearmente un pistone. In Fig. 6 (sinistra) ne abbiamo schematizzato il funzionamento. Come tutti sappiamo, il *pistone*, tramite un sistema *biella-manovella*, genera il *movimento circolare* di un asse. Tutti i motori delle automobili funzionano su questo principio. Abbiamo disegnato anche i vettori che rappresentano le forze in gioco. Ebbene, il sistema biella-manovella si sposta non solo verticalmente, ma anche orizzontalmente. Perciò, alla componente verticale della forza, che è quella utile, si aggiunge una componente laterale che deve essere controbilanciata all'interno del cilindro. E, col procedere, come ben sanno tutti quelli che possiedono un'automobile, nel pistone si logorano le fasce che assorbono queste componenti laterali.

Nella Fig. 6 (destra) abbiamo un cilindro che spinge un pistone, il quale va ad azionare un asse di rotazione mediante il *meccanismo di Tusi*. Il pistone attiva una biella che si muove *sempre e solo verticalmente*. L'asse di rotazione, che nell'automobile chiamiamo *albero motore*, diventa quello che per gli antichi astronomi era il *deferente* e la ruota dentata piccola costituisce l'*epiciclo*. Non vi sono spinte laterali a logorare pistone e cilindro, anzi quelle che di fatto si generano vengono assorbite dalle ruote dentate che sono, in genere, ben più robuste del sistema biella-manovella.

Un'altra importante osservazione è che, nella Fig. 6 (sinistra), quando il pistone si trova a metà della sua corsa, la sua forza di spinta diventa la forza tangenziale che aziona l'asse di rotazione. Nel sistema di Tusi, quando il pistone si trova a metà della sua corsa – all'incirca la situazione di Fig. 7 (destra) – la sua *forza tangenziale* genera un *momento* sulla ruota dentata interna che ha come *braccio* il diametro di essa. Nell'agire sull'asse di rotazione (il deferente), il braccio diventa il *raggio* della ruota dentata interna. Poiché il momento agente è controbilanciato dal momento resistente, se il braccio si dimezza la forza tangenziale che agisce sull'asse di rotazione si raddoppia rispetto a quella del pistone. È chiaro che ci sono gli attriti a diminuire il rendimento teorico, però, certamente, il *meccanismo di Tusi* è molto più efficiente del sistema tradizionale biella-manovella nella *trasformazione del moto lineare in moto circolare*, perché (teoricamente) raddoppia la forza.



**Fig. 6.** Sinistra: schema di azionamento classico con biella e manovella. Destra: azionamento mediante meccanismo di Tusi

La nostra civiltà costruisce motori con sistema biella-manovella da più di duecento anni, e non vogliamo certamente sconvolgere un sistema industriale così consolidato. Però, l'umana curiosità spinge a chiedere come mai, ad esempio, nelle grandi locomotive a vapore non si è adottato il sistema di Tusi. O anche, oltre che nelle automobili, nei motori delle navi o nelle macchine per cucire delle nostre nonne, che erano azionate a pedali, perché tale sistema non è stato adoperato.

Del *sistema di Tusi* abbiamo prodotto interessanti simulazioni con il software Geogebra, con le relative animazioni; saremmo lieti di inviarle via e-mail a chi le desidera. Anche chi desidera il programma Excel o il programma Visual Basic può contattarci via e-mail.

Su Internet è facile trovare riferimenti alla figura di Tusi, alle sue opere e, in particolare al suo Teorema. Per vedere i modelli meccanici realizzati nella nostra Associazione, si può accedere al sito indicato. Stranamente, però, non vi sono riferimenti alla possibilità di applicarlo al contrario, riconoscendone la reversibilità. Insomma, il Teorema di quest'antico astronomo avrebbe potuto far funzionare meglio i nostri motori. Come mai non è venuto fuori?



**Fig. 7.** Macchina pneumatica di Delehuil (Museo del Gabinetto di Fisica, Università di Urbino)

Intanto, dal XXXVI congresso della SISFA, tenutosi a Napoli nell'ottobre 2016, è scaturita una ricerca dei dispositivi attinenti al nostro meccanismo. Il prof. Roberto Mantovani ha individuato il meccanismo di Tusi nella *Macchina pneumatica di Delehuil*, un modello della quale è conservato nel *Gabinetto di Fisica* di Urbino da lui curato. Riportiamo in Fig. 8 la foto del dispositivo che ha gentilmente inviato. Una ruota gira e, tramite il meccanismo sopra descritto, attiva un pistone tramite una biella che si muove solo verticalmente. Sarebbe interessante raccogliere notizie su altre macchine che usino il dispositivo al contrario.

### **Bibliografia**

Hannam J. (2014). *La genesi della scienza*. Crotone: D'Ettoris Editori.

**SISFA – Società Italiana degli Storici della Fisica e dell’Astronomia**  
**Proceedings of the 36<sup>th</sup> Annual Conference – Naples 2016**

*Edited by Salvatore Esposito*

**Abstract**

The XXXVI annual SISFA congress has developed through different sections touching a number of key topics in history of science, ranging from antiquity to the 20th century. Also, science and education in schools and museums, as well as scientific instruments and collections, have been the focus of dedicated sessions. In addition to such ‘institutional’ sections, which form the core subjects of the Society, the SISFA Congress has also focussed on special topics devoted to: “Historical collections of Scientific Instruments in Naples and Southern Italy”; “Gravitational waves: a century of General Relativity predictions”; “Giuseppe Saverio Poli (1746-1825) and the development of science in Southern Italy between the XVIII and XIX centuries”.

A special Panel Discussion on “Vertical and transversal skills: the role of research in the history of physics and astronomy in education” was in addition proposed to the conveners.

The topical session on Giuseppe Saverio Poli has been held at the Scuola Militare “Nunziatella”, of which Poli was the first commander since the last years of the 18th century. The session was aimed to analyze the multifaceted scientific activities of one of the most influential scientists in Southern Italy, whose interest across a large variety of topics: medical electricity, meteorology, earthquakes, military and natural history. Though working mainly in Naples, where he taught experimental physics, his scientific studies won an international reputation as well as membership in the principal Academies of Italy and Europe, including the Royal Society of London.

*Salvatore Esposito, former member of the Governing Council and secretary of the Italian Society of the Historians of Physics and Astronomy, is Full Professor (qualification) in Didactics and History of Physics and Associate Professor (qualification) in Theoretical Physics of Fundamental Interactions. His research interests range from theoretical physics, to science and museum popularization, to history of physics. He is considered one of the world experts on Ettore Majorana’s work.*

E-mail: Salvatore.Esposito@na.infn.it

